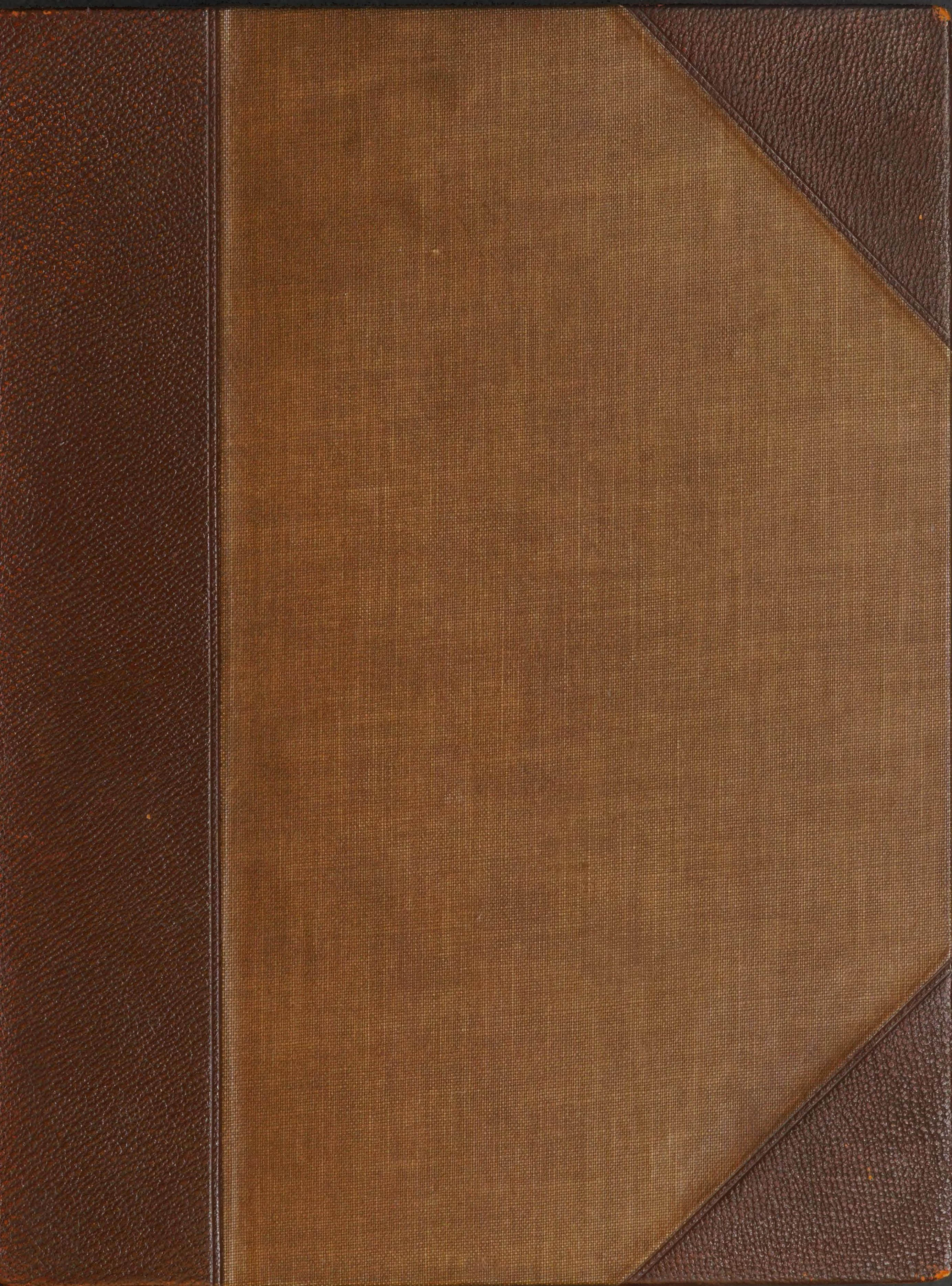


NEWTON

DE MUNDI SYSTEMATE

1731







DE MUNDI SYSTEMATE LIBER

ISAACI NEWTONI.

Opus diu integris ſuis partibus deſideratum.

In Uſum Juventutis Academicæ.



LONDINI:
Impenſis J. TONSON, J. OSBORN & T. LONGMAN, T. WARD & E. WICKSTEED, & F. GYLES.

MDCCXXXI.

Newtoni Princip. Math.
Lib. III. initio.

IN Libris præcedentibus principia philosophiæ tradidi, non tamen philosophica sed mathematica tantum, ex quibus videlicet in rebus philosophicis disputari possit. Hæc sunt motuum & virium leges & conditiones, quæ ad philosophiam maximè spectant. Eadem tamen, ne sterilia videantur, illustravi scholiis quibusdam philosophicis, ea tractans quæ generalia sunt, & in quibus philosophia maximè fundari videtur, uti corporum densitatem & resistentiam, spatia corporibus vacua, motumque

lucis & ſonorum. Supereſt ut ex iiſdem principiis doceamus conſtitutionem SYSTEMATIS MUNDANI. *De hoc Argumento compoſueram librum tertium methodo populari, ut a pluribus legeretur.*

DE MUNDI SYSTEMATE LIBER.

FIXAS in ſupremis mundi partibus immotas perſiſtere, & Planetas his inferiores circa Solem revolvi, Terram pariter moveri curſu annuo, diurno verò circa axem proprium, & Solem ceu focum Univerſi in omnium centro quieſcere, antiquiſſima fuit Philoſophantium ſententia. Sic enim ſenſerant olim *Philolaus*, *Ariſtarchus Samius*, *Plato* ætate maturiore, *Pythagoreorum* turba, & his antiquior *Anaximander*, & *Romanorum* Rex ille ſapientiſſimus *Numa Pompilius*. Is in ſymbolum Orbis rotundi & ignis Solaris in centro, templum erexit *Veſtæ*, formâ rotundâ, & ignem perpetuum in medio aſſervari ſanxit. Ab *Ægyptiis* autem aſtrorum antiquiſſimis obſervatoribus propagatam eſſe hanc ſententiam veriſimile eſt. Etenim ab illis & a gentibus conterminis ad *Græcos*, gentem ma-

Cœlos eſſe fluidos.

Archimedes in Arenario. Ariſtot. lib. 2. de cœlo. Plutarch. lib. 3. de placitis Philoſ. & in Numâ.

gis Philologicam quam Philoſophicam, Philoſophia omnis antiquior juxta & ſanior manaſſe videtur: & ſacra *Veſtæ* ingenium *Ægyptiorum* ſapiunt, Myſteria captum vulgi ſuperantia Sacris Ritibus & Hieroglyphicis pingentium. Subinde docuerunt *Anaxagoras*, *Democritus*, & alii nonnulli, Terram in centro mundi immotam ſtare, & aſtra omnia in occaſum, aliqua celerius alia tardius moveri, idque in ſpatiis liberrimis. Namque orbes ſolidi poſtea ab *Eudoxo*, *Calippo*, *Ariſtotele*, introducti ſunt; declinante indies Philoſophiâ primitus introductâ, & novis *Græcorum* commentis paulatim prævalentibus. Cum his orbibus male conſiſtunt Phænomena Cometarum. Hos inter corpora cœleſta a multis olim numeratos *Chaldæi*, rerum Aſtronomicarum peritiſſimi, pro ſtellis errantibus habuere: quaſi ſemel ſingulis revolutionibus, in orbium valde excentricorum partes infimas deſcendendo, ſe nobis per vices conſpiciendos exhiberent. Eoſdem poſtea, in regiones infra Lunam neceſſariò detruſit iſta orbium Solidorum Hypotheſis; & his iiſdem viciſſim per nuperas Aſtronomorum obſervationes in cœlos Luna ſuperiores reſtitutis, confracti ſunt illi orbes, & ex æthere deturbati.

Principium motus circularis in ſpatiis liberis.

Quibus vinculis Antiqui Planetas in ſpatiis liberis retineri, deque curſu rectilineo perpetuò

petuò retractos, in orbem regulariter agi docuere, non conſtat. In hujus rei explicationem orbes ſolidos excogitatos fuiſſe opinor. Philoſophi recentiores aut vortices eſſe volunt, ut *Keplerus* & *Carteſius*, aut aliud aliquod ſive impulſus ſive attractionis principium, ut *Borellus, Hookius,* & ex noſtratibus alii. Ex motus lege primâ certiſſimum eſt vim aliquam requiri. Nobis propoſitum eſt quantitatem & proprietates ipſius eruere, atque effectus in corporibus movendis inveſtigare mathematicè: proinde ne ſpeciem ejus hypotheticè determinemus, diximus ipſam generali nomine centripetam, quæ tendit in centrum aliquod; vel etiam, ſumpto nomine de centro, circumſolarem, quæ tendit in Solem; circumterreſtrem, quæ in Terram; circumjovialem, quæ in Jovem; & ſic in cæteris.

Viribus centripetis Planetas in orbibus certis retineri poſſe intelligetur ex motibus projectilium. Lapis projectus urgente gravitate ſuâ deflectitur de curſu rectilineo, & curvam lineam in aere deſcribendo tandem cadit in terram; ſi motu velociore projiciatur, pergit longius. Augendo velocitatem, fieri poſſet ut arcum deſcriberet milliaris unius, duorum, quinque, decem, centum, mille; ac tandem ut, pergendo ultra terminos Terræ, non amplius in terram caderet. Deſignent AFB ſuperficiem terræ, C cen- Effectus virium centripetarum. Fig. 1.

centrum ejus, & VD, VE, VF, lineas curvas quas projectile de montis prælalti vertice V, ſecundum lineas horizonti parallelas auctis cum velocitatis gradibus, ſucceſſivè emiſſum deſcribat. Et ne aeris reſiſtentia, quâ motus cœleſtes vix retardantur, in computum veniat, fingamus hunc omnem tolli, vel ſaltem nil reſiſtere. Et eâdem ratione quâ corpus velocitate minore deſcribit arcum minorem VD, & majore arcum majorem VE, & auctâ adhuc velocitate pergit longius ad F, & longius ad G, idem tandem, ſi augeatur ſemper velocitas, ſuperabit totum telluris ambitum, & redibit ad montem unde fuerat projectum. Cumque area, quam radio ad centrum terræ ducto deſcribit, ſit (per Prop. 1. lib. 1. Princip. Math.) proportionalis tempori, velocitas ejus in reditu ad montem non minor erit quam ſub initio: ſervatâ autem velocitate poteſt idem ſæpius eâdem lege revolvi. Imaginemur jam corpora de regionibus altioribus ſecundum lineas horizontales projici, puta de locis milliaria quinque, decem, centum, mille vel plura, totidemve Telluris ſemidiametros, altis; & pro variâ corporum velocitate & vi gravitatis in ſingulis regionibus exercitâ, deſcribentur arcus, Telluri vel concentrici, vel variè excentrici; inque his trajectoriis pergent corpora ad modum Planetarum cœlos tranſcurrere.

Et

Certitudo argumenti.

Et quemadmodum ex descensu lapidis demissi, demonstrativè colligitur eundem gravitare, neque minus certum gravitatis indicium est perpetua illa projectorum deflexio in terram: sic omnis omnium in spatiis liberis motorum corporum de recto tramite deviatio, & perpetua in locum quemvis deflexio, certissimum est indicium vim aliquam extare quâ corpora undique in locum illum urgentur. Utque ex concessâ gravitate necesse est corpora omnia in his terris inferiora petere; atque adeo, vel rectà cadere si quiescentia demittantur, vel de recto tramite perpetuò deflectere in terram si projiciantur obliquè: ita, ex concessâ vi in centrum quodcunque tendente, non minus necessarium est omnia in quæ vis illa exercetur, vel rectà descendere ad centrum illud; vel si obliquè moveantur, perpetuò de recto tramite in centrum vergere. Quâ autem ratione vires ex motibus & motus ex viribus colligendi sunt, copiosè expositum est in Libris de Motu.

Vires centripetas ad singula Planetarum centra tendere.

Tendere autem vires centripetas ad corpora Solis, Telluris, & Planetarum, sic colligo. Gyratur Luna circa Terram nostram, radiisque ad ipsius centrum ductis, describit areas temporibus proportionales quam proximè. Id ex velocitate Lunæ cum ipsius apparentibus diametris collatâ certissimum est: diametro minore, quæ majorem

rem arguit diſtantiam, tardior eſt motus; majore velocior. Motibus magis regularibus gyrantur Satellites Jovis circa Jovem, circulos Jovi concentricos æquabili motu deſcribentes quoad ſenſum. Sic & comes Saturni circa hunc Planetam motu ſatis circulari & æquabili revolvitur, excentricitate vixdum animadverſâ. Venerem & Mercurium circa Solem revolvi demonſtratur ex eorum Phaſibus Lunaribus: plenâ facie ſiti ſunt ultra Solem, dimidiatâ è regione Solis, falcatâ cis Solem, per diſcum ejus nonnunquam tranſeuntes. Et Venus quidem orbem circularem Solique concentricum, uniformi motu deſcribit quam-proximè. Mercurius autem, motu magis excentrico, ad Solem notabiliter accedit, & inde per vices recedit: ſed velocior ſemper eſt ubi Soli propior, quo fit ut radio ad Solem ducto deſcribat areas temporibus proportionales. Terram denique circa Solem, aut Solem circa Terram, radio intercedente areas deſcribere temporibus exactè proportionales demonſtratur ex Solis diametro apparente cum ipſius motu apparente collatâ. Hæc ſunt experimenta Aſtronomica: & ex his (per Libri primi Propoſitiones tres primas & earum Corollaria) conſequens eſt quòd dentur vires centripetæ, aut accuratè aut ſine errore notabili, ad centra Terræ, Jovis, Saturni, & Solis tendentes. In Mercurio, Venere,

Marte,

Marte, & Planetis minoribus, cum desint experimenta, valeat argumentum ex analogiâ.

Vires centripetas decrescere in duplicatâ ratione distantiarum a Planetarum centris.

Ex Propositionis autem quartæ Corollario sexto consequitur, quòd hæ vires decrescunt in duplicatâ ratione distantiarum a centro Planetæ cujusque. Nam tempora periodica Satellitum Jovis sunt inter se in sesquiplicatâ proportione distantiarum a centro hujus Planetæ. In his jam diu notata fuit hæc proportio, eamque tam accuratè obtinere quàm sit possibile sensibus discernere, significavit mihi *Flamstedius* noster, has distantias micrometro & per Satellitum Eclipses sæpiùs mensus. Easdem, ante inventionem micrometri, *Galilæus*, pergendo ab intimo Satellite ad extimum, definivit esse semidiametrorum Jovis 6, 10, 16, 28, respectivè; *Simon Marius*, 6, 10, 16, 26; *Cassinus*, 5, 8, 13, 23; *Borellus* magis exactè, $5\frac{2}{3}$, $8\frac{2}{3}$, 14, $24\frac{2}{3}$. Et, post inventionem micrometri, *Tounleius*, 5,51. 8,78. 13,47. 24,72; *Flamstedius* autem, 5,31. 8,85. 13,98. 24,23. & exactiùs per Eclipses 5,578. 8,876. 14,159. 24,903. Sunt autem Satellitum ex observationibus *Flamstedianis* periodica tempora, 1^{d}. 18^{h}. $28'$. $36''$; 3^{d}. 13^{h}. $17'$. $54''$; 7^{d}. 3^{h}. $59'$. $36''$; & 16^{d}. 18^{h}. $5'$. $13'$: & ex his derivatæ distantiæ ut numeri, 5,578. 8,878. 14,168. 24,968. qui cum distantiis observatione collectis satis accuratè congruunt. In

In Planetis autem circumſolaribus, Mercurio & Venere, proportio illa obtinet accuratiſſimè, quatum hactenus dimenſiones orbitarum ex obſervationibus melioris notæ determinarunt Aſtronomi.

Planetas ſuperiores Solem cingere, & radiis ad ipſum ductis areas deſcribere temporibus proportionales.

Martem quoque circa Solem revolvi demonſtratur, ex ipſius phaſibus & proportione diametrorum apparentium. Nam ex phaſi plenâ prope conjunctionem Solis, & gibboſâ in quadraturis, certum eſt quòd is Solem ambit: & cum diameter ejus quaſi quintuplo major appareat in oppoſitione Solis quam in conjunctione, & diſtantia ejus a Terrâ ſit reciproce ut diameter apparens, erit diſtantia illa quintuplo minor circiter in oppoſitione quàm in conjunctione; at Martis a Sole eadem circiter erit diſtantia in utroque caſu cum diſtantiâ ejus in quadraturis, quæ ex phaſi gibboſâ colligitur. Utque Solem æquabili ferè diſtantiâ, terram valde inæquabili cingit: ſic etiam, radio ad Solem ducto, deſcribit aream ſatis uniformiter; at radio ad terram ducto, nunc velox eſt, nunc ſtationarius, nunc retrogradus. Jovem Marte ſuperiorem eſſe, & motu quoque quoad diſtantiam & areæ deſcriptionem ſatis æquabili Solem circuire, ſic colligo. In literis ad me datis ſcripſit *Cl. Flamſtedius*, omnes intimi Satellitis quas noverat hactenus accuratè obſervatas Eclipſes cum theoriâ ſuâ abſque errore duorum

duorum in tempore scrupulorum primorum congruere; extimum non multo magis errare, penextimum vix triplo magis, penintimum verò multo magis, sed minus tamen a computationibus suis dissidere quàm solet Luna a Tabulis vulgaribus: Se vero per solos Satellitum motus medios, & æquationem lucis a *Romero* inventam, Eclipses computare. Ponamus igitur Theoriam a motu Satellitis intimi hactenus observato minus dissidere quàm errore duorum scrupulorum primorum: et erit ut Periodus integra dierum 16. 18 hor. 5′. 13″, ad tempus 2′, ita circulus integer graduum 360, ad arcum 1′ 48″. Proinde error computi *Flamstediani* ad orbitam Satellitis reductus minor erit quam 1′, 48″, id est longitudo Satellitis e centro Jovis spectati determinabitur absque errore 1′. 48″. At longitudo illa, ubi Satelles in medio umbræ versatur, eadem est cum Jovis longitudine heliocentricâ; & propterea Hypothesis quam *Flamstedius* sequitur, nempe *Keplero-Copernicæa* a se nuper (quoad motum Jovis) correcta, longitudinem illam rectè exhibet absque errore 1′. 48″. Hâc longitudine & notissimâ semper longitudine geocentricâ, determinatur distantia Jovis a Sole: quæ proinde ea ipsa est quam exhibet ista Hypothesis. Namque maximus ille in longitudine heliocentricâ error 1′. 48″, in-

C sensibilis

ſenſibilis fere eſt, & planè contemnendus; ſed & ex Satellitis ignotâ excentricitate oriri poteſt. Longitudine autem & diſtantiâ recte definitis, neceſſe eſt ut Jupiter, radio ad Solem ducto, deſcribat areas eâ lege quam Hypotheſis requirit, & propterea tempori proportionales. Idem de Saturno ex hujus aſſeclâ, per obſervationes *Hugenii* & *Halleji*, colligere licebit; quanquam obſervationum ſeries diuturnior in rei confirmationem & calculum ſatis accuratum deſideretur.

Vim quâ Planetæ ſuperiores reguntur non dirigi ad terram. Eandem dirigi ad Solem.

Jupiter igitur, ſiquis hunc ſpectaret a Sole, nunquam appareret retrogradus, nunquam ſtationarius, ut ex terra cernitur, ſed motu ſatis uniformi ſemper progrederetur. Ex Motus apparentis geocentrici inæqualitate ſummâ colligitur (per Propoſitionis tertiæ Corollarium quartum) quòd vis illa quâ Jupiter deflectere cogitur de motu rectilineo, & in orbem revolvitur, non dirigitur ad centrum terræ. Et idem valet argumentum in Marte & Saturno. Quærendum eſt (per Prop. ii, & iii. & hujus Corollaria) aliud harum virium centrum circum quod, radiis intercedentibus, æquabilis ſit arearum deſcriptio: et hoc eſſe Solem jam probatum eſt in Marte quidem & Saturno præterpropter, in Jove verò abundè ſatis accuratè. Fingere licet Solem & Planetas vi quâvis aliâ æqualiter & ſecundum lineas parallelas urgeri.

Verum

Verum tali vi (per Legum Coroll. 6.) non mutabitur situs Planetarum inter se, nullus producetur effectus sensibilis; nos autem agimus de causis effectuum sensibilium. Rejiciatur igitur hujusmodi vis omnis ut precaria, & ad cœlorum phænomena nil spectans; & vis omnis reliqua, quâ Stella Jovis urgetur, tendet (per Propositionis tertiæ Corollarium primum) ad centrum Solis.

Vim circumsolarem per omnes Planetarum regiones decrescere, in duplicatâ ratione distantiarum a Sole.

Distantiæ Planetarum a Sole eædem prodeunt, sive terram cum *Tychone*, sive Solem cum *Copernico*, collocemus in centro Systematis: & veras esse has distantias jam probavimus in Jove. In his definiendis *Keplerus* & *Bullialdus* apprimè navarunt operam: unde & cum cœlis meliùs concordant ipsorum Tabulæ. Sunt autem harum distantiarum cubi in omnibus Planetis, in Jove inquam & Marte, Saturno & Tellure, æque ac in Venere & Mercurio, ut quadrata temporum periodicorum, & propterea (per Corol. 6. Prop. iv.) vis centripeta circumsolaris decrescit per universa Planetarum cœla in duplicatâ ratione distantiarum a Sole. In examinandâ hacce proportione sumendæ sunt distantiæ mediocres sive orbium semiaxes transversi (per Prop. xv.) & negligendæ minutiæ, quæ in definiendis orbibus ex insensibilibus observationum erroribus oriri potuerint,

quæve causis post assignandis tribuendæ sunt. Sic incidetur semper in proportionem præfinitam exactè. Nam cum distantiæ Saturni, Jovis, Martis, Terræ, Veneris & Mercurii a Sole, ex observationibus Astronomicis collectæ, sint inter se, juxta computum *Kepleri*, ut numeri 951000, 519650, 152350, 100000, 72400, 38806; juxtaque computum *Bullialdi*, ut numeri 954198, 522520, 152350, 100000, 72398, 38585; eædem ex temporibus periodicis collectæ, sunt ut numeri 953806, 520116, 152399, 100000, 72333, 38710. Distantiæ *Kepleri* & *Bullialdi*, vix differunt sensibiliter, & ubi maxime differunt, claudunt inter se distantias ex temporibus periodicis collectas.

Vim circumterrestrem decrescere in duplicatâ ratione distantiarum a Terrâ. Probatur ex hypothesi quòd Terra quiescit.

In duplicatâ itidem distantiarum proportione vim circumterrestrem decrescere, sic colligo. Lunæ distantia mediocris a centro terræ est semidiametrorum terrestrium, secundum *Ptolemæum*, *Keplerum* in Ephemeridibus, *Bullialdum*, *Hevelium*, & *Ricciolum* 59; secundum *Flamstedium* 59⅓; secundum *Vendelinum* 60; secundum *Copernicum* 60⅓; secundum *Kircherum* 62½; secundum *Tychonem* 56½: verum *Tycho*, & quotquot ejus tabulas refractionum sequuntur, constituendo refractiones Solis & Lunæ, omninò contra naturam lucis, majores quam

quam fixarum, idque ſcrupulis quaſi quatuor vel quinque, auxerunt parallaxin Lunæ ſcrupulis totidem, hoc eſt quaſi duodecimâ vel decimâ quintâ parte totius parallaxeos. Corrigatur iſte error, & diſtantia evadet quaſi 61 ſemidiametrorum terreſtrium, fere ut ab aliis aſſignatum eſt. Aſſumamus diſtantiam mediocrem ſexaginta ſemidiametrorum; & Lunarem periodum reſpectu fixarum compleri diebus 27, horis 7, minutis primis 43, uti ab Aſtronomis definitum eſt: & (per Corollarium ſextum Propoſitionis quartæ) corpus revolvendo in aere noſtro juxta ſuperficiem Terræ quieſcentis, vi centripetâ, quæ eſſet ad vim eandem in diſtantiâ Lunæ in duplicatâ ratione diſtantiarum a centro Terræ reciprocè, hoc eſt ut 3600 ad 1; revolutionem ſublatâ aeris reſiſtentiâ compleret horâ 1, minutis primis 24, ſecundis 27. Pone ambitum terræ eſſe pedum *Pariſienſium* 123249600, uti a *Gallis* menſurantibus nuper definitum eſt: & corpus idem, ſublato motu ſuo circulari, & urgente eâdem vi centripetâ ac prius, deſcriberet cadendo pedes *Pariſienſes* $15\frac{1}{12}$ tempore minuti unius ſecundi. Colligitur hoc ex calculo (per Propoſitionem xxxvi.) inito, & congruit cum experientiâ. Nam factis pendulorum experimentis, & computo inde inito, demonſtravit *Hugenius*; quòd corpora

omni

omni illâ cujuscunque generis vi centripetâ quâ juxta superficiem terræ urgentur descendentia, describunt tempore minuti unius secundi pedes *Parisienses* $15\frac{1}{12}$.

Probatur ex Hypothesi quòd terra movetur.

Quod si motus concedatur Terræ, gyretur hæc & Luna (per Legum Coroll. 4, & Prop. lvii.) circa commune gravitatis centrum. Et Luna (per Prop. lx.) eodem tempore periodico dierum 27, hor. 7, 43′, vi eâdem circumterrestri, diminutâ in duplicatâ ratione distantiæ, revolvetur in orbitâ, cujus semidiameter est ad semidiametrum prioris, hoc est ad 60 semidiametros terrestres, ut summa corporum Terræ & Lunæ, ad primam duarum mediè proportionalium inter hanc summam & corpus terræ: hoc est, si ponamus Lunam, ob mediocrem suam diametrum apparentem $31\frac{1}{2}'$, esse quasi quadragesimam secundam partem Terræ, ut 43 ad $\sqrt[3]{42+\overline{43}^2}$; sive ut 128 ad 127 circiter: ideoque semidiameter hujus orbitæ, hoc est distantia inter centra Lunæ & Terræ, jam erit $60\frac{1}{2}$ semidiametrorum terrestrium, fere ut assignavit *Copernicus*, non abludentibus observationibus *Tychonicis*. In hâc distantiâ valet igitur duplicata illa proportio decrementi virium. Augmentum orbitæ ab actione Solis oriundum, ut plane contemnendum neglexi: eo subducto relinquetur vera distantia quasi $60\frac{4}{9}$ semidiametrorum terrestrium. Con-

Confirmatur præterea hæc ratio decrementi virium ex Planetarum excentricitate, & Apsidum tardissimo motu. Nam (per Corollaria Prop. xlv.) manifestum est quod nullâ aliâ ratione possint Planetæ omnes circumsolares, singulis revolutionibus, semel ad minimam a Sole distantiam descendere, & semel ad maximam ascendere, atque loca harum distantiarum manere immobilia. Parvus error in ratione duplicatâ efficeret motum Apsidum in singulis revolutionibus notabilem, in pluribus enormem. At motus ille in Orbibus Planetarum circumsolarium vixdum post innumeras revolutiones sensibilis extitit. Astronomorum aliqui motum omnem negant; cæteri non majorem statuunt quàm qui ex causis post assignandis facile oriri possit, quique in quæstione de quâ agitur nullius est momenti. Sed & motus longe major Aphelii Lunaris, qui singulis revolutionibus est graduum trium, contemni potest. Hoc motu demonstratur vim circumterrestrem decrescere in ratione distantiæ non minori quam duplicatâ, & longe minori quam triplicatâ: nam si ratio duplicata mutetur gradatim in triplicatam, augebitur motus Aphelii in infinitum, adeoque mutatione perexiguâ superabit motum Aphelii Lunaris. Oritur motus ille tardissimus ex actione vis circumsolaris, ut posthac dicetur.

Decrementum in duplicatâ ratione distantiarum a Terrâ & Planetis, probatur ex Planetarum excentricitate & Apsidum motu tardissimo.

Tollendo

Tollendo hanc causam quiescet Apogæum Lunæ, & pervenietur ad proportionem duplicatam.

Quantitas virium tendentium ad singulos Planetas. Ingens vis circumsolaris.

Stabilitâ hâc proportione, conferre jam licet Planetarum vires inter se. In mediocri distantiâ Jovis a terrâ elongatio maxima Satellitis extimi a centro Jovis, ex observationibus *Flamstedii*, est 8′. 13″. adeoque distantia Satellitis a centro Jovis, ad mediocrem distantiam Jovis a centro Solis, ut 124 ad 52012; ad mediocrem verò distantiam Veneris a centro Solis, ut 124 ad 7234. Sunt autem eorum tempora periodica $16\frac{3}{4}$ dierum, & $224\frac{2}{3}$ dierum. Et inde (per Corollarium secundum Propositionis quartæ) dividendo distantias per quadrata temporum deducitur, vim quâ Satelles urgetur in Jovem esse ad vim quâ Venus urgetur in Solem, ut 442 ad 143: et minuendo vim quâ Satelles urgetur in duplicatâ ratione distantiæ 124 ad 7234, prodibit vis circumjovialis in distantia Veneris a Sole, ad vim circumsolarem quâ Venus urgetur, ut $\frac{13}{100}$ ad 143, seu 1 ad 1100. Proinde ad æquales distantias vis circumsolaris 1100 vicibus major est quam vis circumjovialis. Simili computo ex Satellitis Saturnii tempore periodico dierum 15, horarum $22\frac{2}{3}$, & maximâ ipsius a Saturno mediocriter a nobis distante, elongatione 3′. 20″. colligo distantiam hujus Satellitis a centro Saturni esse ad distan-

diſtantiam Veneris a Sole, ut 92⅘ ad 7234; & inde vim abſolutam circumſolarem majorem eſſe quam vis abſoluta circumſaturnia, vicibus 2360.

Exigua vis circumterreſtris.

Ex regulari Veneris, Jovis, & aliorum Planetarum heliocentrico motu & irregulari geocentrico manifeſtum eſt (per Coroll. 4 Prop. iii.) quòd vis circumterreſtris collata cum vi circumſolari ſit perquam exigua. Parallaxin Solis, ex Dichotomiâ Lunæ Teleſcopiis notatâ, *Ricciolus* & *Vendelinus* ſeorſim determinare conati ſunt, eamque conſtituêre non majorem dimidio minuti unius primi. *Keplerus* parallaxin Martis Achronici quæ multo major eſt, tam *Tychonicis* quam propriis obſervationibus inſenſibilem reperit. *Flamſtedius* eandem micrometro aggreſſus, idque in perigæo Martis, nunquam reperit majorem viginti quinque minutis ſecundis, & inde concludit parallaxin Solis eſſe ſummùm decem minutorum ſecundorum. Unde conſequens eſt, quòd diſtantia Lunæ a terrâ non habet majorem rationem ad diſtantiam terræ a Sole, quàm, 29 ad 10000; neque majorem ad diſtantiam Veneris a Sole, quàm 29 ad 7233. Inde & ex temporibus periodicis methodo jam expoſitâ deducetur, quòd vis abſoluta circumſolaris ſit major quam vis abſoluta circumterreſtris, vicibus 229400 ad minimum. Quòd

si constaret tantùm ex observationibus *Riccioli* & *Vendelini*, parallaxin esse minorem dimidio minuto primo, tamen inde sequeretur vim absolutam circumsolarem superare vim circumterrestrem vicibus 8500.

Planetarum diametri apparentes.

Similibus computis incidi in analogiam inter vires & corpora Planetarum: sed antequam hanc expono, definiendæ sunt Planetarum apparentes diametri in mediocribus distantiis eorum a terrâ. Diametrum Jovis, *Flamstedius* micrometro mensus est 40 vel 41″, eamque annuli Saturni 50″, & Solis quasi 32′. 13″. Diameter corporis Saturnii est ad diametrum annuli, juxta *Hugenium* & *Halleium*, ut 4 ad 9, juxta *Galletium* ut 4 ad 10, juxta *Hookium* (telescopio pedum sexaginta usum) ut 5 ad 12. Ex ratione mediocri 5 ad 12 colligitur diameter corporis quasi 21″.

Correctio diametrorum apparentium.

Et hæ sunt magnitudines apparentes. Verùm puncta omnia lucida per inæqualem lucis refrangibilitatem dilatantur in Telescopiis, occupantque in foco vitri objectivi spatium circulare latitudine quasi quinquagesimæ partis aperturæ vitri: ita tamen ut lux in circuitu rarissima vix aut ne vix quidem sentiatur, in medio verò ubi constipatior est sensumque satis ferit, lucidum constituat circellum, cujus latitudo pro splendore puncti lucentis varia sit, ac

tertiam

tertiam circiter quartamve aut quintam ferè partem latitudinis totius ut plurimum adæquet. Deſignet A B D circulum lucis totius, P Q circellum luce ſatis conſpicuâ clarentem, C centrum utriuſque; C A, C B, ſemidiametros circuli majoris rectum continentes angulum C, A C B E quadratum his diametris comprehenſum, A B diagonalem ejus, E G H Hyperbolam centro C aſymptotis C A, C B deſcriptam; P G perpendiculum ad ipſius B C punctum quodvis P erectum & occurrens Hyperbolæ in G, rectiſque A B, A E in K & F: & lucis denſitas in loco quovis P erit, ex computo meo, ut longitudo F G, adeoque in centro infinita, prope circumferentiam quàm minima: lux autem tota intra circellum P Q, eſt ad totam extra, ut area quadrilatera C A K P ad triangulum P K B. Ibi concipe circellum P Q terminari, ubi lucis denſitas F G minor eſſe incipit quam quæ ſenſui movendo ſufficit. Et hinc eſt quod ignis trium pedum latitudinis in diſtantia 191382 pedum per Teleſcopium tripedalem apparuit *Picarto*, quaſi 8″ latus qui Solùm 3″. 14‴. latus apparere debuiſſet. Hinc eſt quòd Fixarum lucidiores per teleſcopia apparent latæ 5″. vel 6″; idque luce ſatis plenâ, luce autem debiliore latius excurrunt. Hinc eſt quòd *Hevelius*, minuendo aperturam Teleſcopii, ſuſtu- Fig. 2.

lit bene magnam partem lucis in circuitu, effecitque ut discus Stellæ distinctiùs circinaretur, & minor evaderet, verum tamen etiamnum latus appareret 5″, vel 6″: *Hugenius* autem vitris juxta oculum fuligine leviter infectis, lucem undique erraticam adeo extinxit, ut Stellæ punctorum instar sensibili omni latitudine privatæ viderentur. Hinc est quòd *Hugenius* latitudine obstaculi quod lucem omnem interciperet, majores exhibuit Planetarum diametros quam ab aliis Micrometro definitum est: nam lux erratica tecto Planetâ latius cernitur, radiis fortioribus non amplius obscurata. Hinc denique est quòd Planetæ in Sole tam graciles appareant, luce dilatatâ attenuati. Neque enim Mercurius *Hevelio*, *Galletio* & *Halleio*, superavit 12″, vel 15″, & Venus *Crabrio* solum 1′. 3″, *Horroxio* 1′. 12″, occupare visa est, quæ tamen, juxta mensuras *Hevelii* & *Hugenii* extra discum Solis captas, implere debuisset 84″, ad minimum. Sic & Lunæ diameter apparens, quæ anno 1684 paucis diebus ante & post eclipsin Solis mensurata fuit in Observatorio *Parisiensi* 31′. 30″, in ipsâ eclipsi non superabat 30′, vel 30′. 5″. Igitur Diametri Planetarum extra Solem minuendæ sunt, & intra augendæ minutis aliquot secundis. At in mensuris micrometro captis errores videntur esse

solito

ſolito minores. Semidiametrum Jovis, ex umbræ diametro per Eclipſes Satellitum inventâ, *Flamſtedius* determinavit eſſe ad elongationem maximam Satellitis extimi, ut 1 ad 24,903. Unde cum elongatio illa ſit 8′. 13″, diameter Jovis erit 39½. Igitur diameter micrometro inventa 40″, vel 41″, rejiciendo lucem erraticam reducitur ad 39½″. Et ſimili correctione minuenda eſt Saturni diameter 21″, & ſtatuenda 20″, vel paulo minor. At Solis diameter ob lucem fortiorem paulo magis, ni fallor, minuenda eſt, & ſtatuenda quaſi 32′ vel 32′. 6″.

Cur Planetæ ſint aliqui magis alii minus denſi, ſintque vires ut quantitas materiæ in ſingulis.

Corpora magnitudinis tam diverſæ ad analogiam cum viribus tam prope accedere, myſterio certe non caret. Poſſibile eſt ut Planetæ ulteriores, defectu caloris, careant ſubſtantiis illis metallicis & mineris ponderoſis quibus terra referta eſt: utque corpora Veneris & Mercurii majore Solis calore, magis concocta & coagulata ſint. Experimento ſpeculi uſtorii conſtat calorem augeri cum denſitate lucis: hæc autem augetur in duplicatâ ratione acceſſus ad Solem. Inde colligitur calorem Solis ad Mercurium ſeptuplo majorem eſſe quàm apud nos tempore æſtivo; tanto autem calore aqua ebullit, & graves illi Vitrioli & Mercurii ſpiritus leniter exhalant, ut thermometro expertus ſum: proinde nulli apud Mercurium conſiſtunt liquores niſi graviores,

qui

qui magnum ſuſtinent calorem, & ex quibus ſubſtantiæ denſiſſimæ naſcantur. Quidni ſi Deus corpora ſingula, calore temperiei conveniente alenda, in totidem a Sole diſtantiis locaverit; ſintque adeo denſiora ſemper, quæ Soli propriora: eâ ratione conſtabit optimè pondera Planetarum omnium eſſe inter ſe ut vires. Pervelim verò diametros Planetarum definiri exactiùs. Id fiet, ſi Lampas ad magnam aliquam diſtantiam luceat per foramen circulare, & minuatur tum foramen tum lux Lampadis uſque eò ut ſpectrum per Teleſcopium appareat inſtar Planetæ, & iiſdem menſuris definiatur. Tum latitudo foraminis erit ad ſui ipſius diſtantiam a vitro objectivo, ut vera Planetæ diameter ad ipſius diſtantiam a nobis. Diminui poteſt lux Lampadis interpoſitione pannorum aut vitri infecti fuligine.

Alia virium & corporum analogia. Probatur in cœleſtibus.

Analogiæ jam deſcriptæ affinis eſt altera inter vires & attracta corpora. Quoniam actio vis centripetæ in Planetas decreſcit in duplicatâ ratione diſtantiæ, & tempus periodicum augetur in ratione ſeſquiplicatâ; manifeſtum eſt quòd in æqualium Planetarum æqualibus a Sole diſtantiis, æquales forent actiones, & æqualia tempora periodica: quòdque in æqualibus inæqualium diſtantiis, actiones collectitiæ forent ut Planetarum corpora. Namque actiones quæ non eſſent ut corpora movenda, non poſſent corpora illa æqualiter retrahere de tangentibus orbitarum; &

efficere

efficere ut revolutiones, æqualibus temporibus, in Orbitis item æqualibus complerentur. Sed nec motus Satellitum Jovis tam regulares esse possent, nisi vis circumsolaris æqualiter in Jovem & Satellites omnes, pro ratione ponderum, exerceretur. Estque eadem ratio Saturni & Satellitis ipsius; ut & terræ & Lunæ nostræ, uti (ex Coroll. 2. & 3. Prop. lxv.) manifestum est. Paribus igitur distantiis æqualis est actio vis centripetæ in omnes Planetas, pro ratione corporum seu quantitate materiæ in corporibus; atque adeò in omnes etiam ejusdem quantitatis particulas ex quibus Planetæ componuntur. Nam si actio major esset in particulas unius generis, minor in illas alterius, quàm pro ratione quantitatis materiæ, foret etiam actio major vel minor in Planetas, non solùm pro ratione quantitatis, sed etiam pro genere materiæ quæ in uno copiosiùs, in alio parciùs, reperiretur.

Probatur in terrestribus.

Analogiam certè in corporibus diversorum generum quæ in Terrâ nostrâ extant, tentavi quam accuratissimè. Actio vis circumterrestris, corporibus movendis proportionalis, movebit eadem æqualibus temporibus, æquali cum velocitate (per Motus Leg. 2.) facietque tum omnia demissa, temporibus æqualibus per æqualia, spatia descendere; tum omnia filis æqualibus suspensa, æqualibus temporibus oscillari. Actione majore

minora erunt tempora, minore majora. Deſcenſus autem corporum omnium (demptâ ſaltem aeris perexiguâ reſiſtentiâ) æqualibus temporibus fieri jamdudum obſervarunt alii: & exactiſſimè notare licet æqualitatem temporum in pendulis. Rem tentavi in auro, argento, plumbo, vitro, arenâ, ſale communi, ligno, aquâ, tritico. Comparabam pixides duas ligneas æquales: unam implebam ligno, & idem auri pondus ſuſpendebam (quàm potui exactè) in alterius centro oſcillationis. Æqualibus, pedum undecim, filis pendentes pixides conſtituebant pendula, quoad pondus, figuram & aeris reſiſtentiam omninò paria: & paribus oſcillationibus juxta poſitæ ibant unà & redibant diutiſſimè. Proinde copia materiæ in auro erat ad copiam materiæ in ligno, ut vis motricis actio in totum aurum ad actionem ejus in totum lignum; hoc eſt, ut pondus ad pondus: & ſic in cæteris. In corporibus ejuſdem ponderis differentia materiæ, quæ vel minor eſſet quàm pars milleſima materiæ totius, his experimentis manifeſtò deprehendi potuiſſet.

Analogiarum conſenſus.

Cum autem actio vis centripetæ in corpus attractum, paribus diſtantiis, proportionalis ſit materiæ in hoc corpore; rationi etiam conſentaneum eſt, ut ſit etiam proportionalis materiæ in corpore trahente. Etenim actio mutua eſt, facitque

facitque corpora conatu mutuo (per Motus Legem 3.) accedere ad invicem, & proinde ſibi ipſi conformis eſſe debet in corpore utroque. Conſiderari poteſt corpus unum ut attrahens, alterum ut attractum, ſed hæc diſtinctio magis mathematica eſt quàm naturalis. Attractio reverà eſt corporis utriuſque in utrumque, atque adeo ejuſdem generis in utroque.

Et coincidentia.

Et hinc eſt quòd vis attractiva reperiatur in utroque. Sol trahit Jovem & cæteros Planetas, Jupiter trahit Satellites; & paritate rationis, Satellites agunt in ſe invicem & in Jovem, & Planetæ omnes in ſe mutuò. Et quamvis binorum Planetarum actiones in ſe mutuò diſtingui poſſint ab invicem, &, ut actiones binæ, quibus uterque trahit alterum, conſiderari: tamen quatenus intermediæ ſunt, non ſunt binæ, ſed operatio ſimplex inter binos terminos. Contractione funiculi unius intercedentis poſſunt bina corpora ad invicem trahi. Cauſa actionis gemina eſt, nimirum diſpoſitio utriuſque corporis; actio item gemina quatenùs in bina corpora: at quatenùs inter bina corpora ſimplex eſt & unica. Non eſt una operatio quâ Sol v. g. trahit Jovem, & alia operatio quâ Jupiter trahit Solem, ſed una operatio quâ Sol & Jupiter conantur ad invicem accedere. Actione quâ Sol trahit Jovem, conantur Jupiter & Sol ad ſe mutuò accedere

per Motus Leg. 3.) &, actione quâ Jupiter trahit Solem, conantur etiam Jupiter & Sol ad ſe mutuo accedere: Sol autem non attrahitur actione duplici in Jovem, neque Jupiter actione duplici in Solem, ſed una eſt actio intermedia quâ ambo accedunt ad ſe mutuò. Ferrum trahit magnetem æquè ac Magnes ferrum; nam ferrum omne in viciniâ Magnetis trahit etiam aliud ferrum. At actio inter Magnetem & ferrum ſimplex eſt, & a Philoſophis conſideratur ut ſimplex: Operatio ferri in Magnetem ipſa eſt Magnetis operatio ſeipſum inter & ferrum, quâ ambo conantur accedere ad ſe mutuò. Id ex eo manifeſtum eſt, quòd ſublato magnete ceſſat propè vis tota ferri. Ad hunc modum concipe ſimplicem exerceri inter binos Planetas ab utriuſque conſpirante naturâ oriundam operationem; & hæc eodem modo ſe habebit ad utrumque: adeò proportionalis exiſtens materiæ in uno eorum, proportionalis erit materiæ in altero.

Inſenſibiles eſſe corporum parvorum vires.

Dicet fortè quis, corpora omnia hac lege ſe mutuò trahere debere, contra experientiam in terreſtribus. Sed reſpondeo, quòd experientia in terreſtribus planè nulla eſt. Sphærarum homogenearum attractiones juxta ſuperficies earum ſunt (per Prop. lxxii.) ut diametri: Unde ſphæra, Terræ homogenea, diametroque pedis unius deſcripta, minùs trahet corpuſculum juxta ſuperficiem

perficiem suam, quàm terra juxta suam, vicibus 20000000 circitèr: et vis tantilla nullos edet sensibiles effectus. Hujusmodi globi duo, quartâ tantùm digiti parte ab invicem distantes, in spatiis liberis, haud minori quam mensis unius intervallo, vi mutuæ attractionis accederent, ad invicem. Globorum minorum coitus esset tardior in ratione diametrorum. Sed nec montes toti suffecerint ad sensibiles effectus: Ad radices montis hemisphærici alti tria milliaria & lati sex, pendulum vi montis attractum non deviabit scrupulis duobus primis a perpendiculo. Vires hasce in solis Planetarum ingentibus corporibus intueri licet; nisi forte de minoribus disputemus in hunc modum.

Designet ABCD globum Telluris, sectum plano quovis AC, in partes duas ACB, ACD. Pars ACB, incumbendo in partem ACD, premit ipsam toto suo pondere. Nec potest pars ACD hanc pressionem sustinere & immota persistere, nisi æquali conatu in contrarium. Partes igitur ponderibus suis se mutuò æqualiter urgent, id est, trahuntur in se mutuo æqualiter, ut Lex tertia requirit: adeoque distractæ ab invicem & dimissæ caderent in se mutuò, cum velocitatibus quæ essent reciprocè ut corpora. Quæ omnia in magnete experiri & intueri licet. Designet jam ACB corpus aliquod exiguum in superficie

Tendere tamen vires ad corpora omnia terrestria proportionales quantitati materiæ.

Fig. 3.

ficie Terræ: & quoniam particulæ hujus & Terræ reliquæ ACD attractiones in ſe mutuo ſunt æquales, attractio autem particulæ in Terram (nimirum pondus ejus) eſt ut materia particulæ, uti experimento penduli probatum eſt; erit etiam attractio Terræ in particulam ut materia particulæ: adeoque corporum omnium terreſtrium vires attractivæ, ut quantitas materiæ in ſingulis.

Probatur eaſdem vires in corpora cœleſtia tendere.

Vires autem quæ ſunt ut materia in omnium formarum corporibus terreſtribus, atque adeo non mutantur cum formis, reperiri debent in corporibus univerſis, tam cœleſtibus, quam terreſtribus; & in omnibus eſſe proportionales materiæ: eò quod hæc omnia, non genere ſubſtantiæ, ſed formis & modificationibus ſolummodo, differunt. Id verò ſic etiam probatur in cœleſtibus. Conſtitit actionem vis circumſolaris in omnes Planetas (ad æqualitatem diſtantiarum reductos) eſſe ut materia in Planetis: Idem ſimiliter conſtat de actione vis circumjovialis in Satellites Jovis; & par eſt ratio attractionis omnium Planetarum in unumquemque. Inde verò ſequitur (per Prop. lxix.) quòd eorum vires attractivæ ſunt ut materia in ſingulis.

Decreſcere vires a Planetarum ſuperficiebus extrorſum

Igitur ut partes Terræ ſe mutuò trahunt, ſic etiam faciunt partes Planetarum. Si Jupiter & Satellites ejus coirent, & in unum formarentur globum,

globum, pergerent singuli proculdubio se mutuò trahere ut prius; & vice versâ, si corpus Jovis resolveretur in globos plures, credendum est quòd hi non minus traherent se mutuò quàm trahunt Satellites. His attractionibus fit ut corpora Telluris & omnium Planetarum sphæricam affectent figuram, utque partes eorum cohæreant & non spargantur per æthera. Oriri verò has vires ex universali naturâ materiæ jam constitit, & propterea ex particularum viribus componi vim globi totius. Inde verò consequens est (per Coroll 3. Prop. lxxiv.) quòd vis particulæ cujusque decrescit in duplicatâ ratione distantiæ ab eâdem particulâ; & (per Prop. lxxiii. & lxxv.) quòd vis globi totius decrescit a superficie suâ extrorsum in duplicatâ ratione, & introrsum in ratione simplici distantiarum a centro, si modo globus ex uniformi materiâ constat: & quamvis globi in progressu a centro ad circumferentiam non sint uniformes, valebit tamen decrementum in ratione duplicatâ distantiæ extrorsum (per Prop. lxxvi.) si modò similis sit inæquabilitas undique in progressu per circuitum: & hujusmodi globi duo (per eandem Propositionem) se mutuò trahent, vi decrescente in duplicatâ ratione distantiæ inter centra.

in duplicatâ ratione, introrsum in ratione distantiarum a centris.

Est

Quantitates virium & motuum inde oriundorum in singulis casibus.

Est igitur globi cujusque vis absoluta ut quantitas materiæ in ipso. Vis autem motrix, quâ globus unusquisque trahitur in alterum, quamque vulgus in terrestribus per vocem ponderis designat, est ut contentum sub quantitatibus materiæ in globis duobus applicatum ad quadratum distantiæ inter centra (per Coroll. 4. Prop. lxxvi.) & huic vi proportionalis est quantitas motus, quâ globus uterque dato tempore movebitur in alterum: vis autem acceleratrix, quâ globus unusquisque pro ratione materiæ suæ attrahitur in alterum, est ut quantitas materiæ in globo altero applicata ad quadratum distantiæ inter centra (per Coroll. 2. Prop. lxxvi.) & huic vi proportionalis est velocitas, quâ globus attractus dato tempore movebitur in alterum. Quibus probè intellectis, jam facile fuerit determinare motus corporum cœlestium inter se.

Planetas omnes circa Solem revolvi.

Collatis Planetarum viribus, vidimus circumsolarem cæteris majorem esse mille vicibus & ampliùs. Urgente autem vi tantâ necesse est, ut corpora omnia intra spatium Systematis Planetarum, & longe ultra, rectà descendant in Solem; nisi aliò moveantur. Neque Terra de numero talium corporum excludenda est. Luna certè de genere Planetarum est, & iisdem attractionibus obnoxia cum cæteris Planetis: nam & vi circumterrestri retinetur in orbe suo. Terram verò

&

& Lunam æqualiter trahi in Solem probavimus suprà: sed & corpora omnia communibus attractionum legibus obnoxia esse jam ante probavimus. Quanto autem tempore corpus unumquodque motu circumsolari privatum descenderet, & cadendo perveniret usque ad Solem, innotescit (per Prop. xxxvi.) ex distantiâ ejus a Sole: Nimirum dimidio temporis periodici, quo corpus ad distantiam duplo minorem revolvi posset; sive tempore quod est ad tempus periodicum Planetæ, ut 1 ad $4\sqrt{2}$. Ut, quòd Venus cadendo perveniret ad Solem, spatio dierum quadraginta; Jupiter spatio annorum duorum & mensis unius; Terra & Luna spatio dierum *66* & horarum 19. Quod cùm non accidit, necesse est ut hæc corpora moveantur aliorsum: nec sufficit motus quilibet; ad impediendum descensum requiritur velocitas satis magna. Et inde valet etiam argumentum in Planetis tardescentibus. Nisi vis circumsolaris decrescat in duplicatâ ratione tarditatis, excessus ejus efficiet ut corpora descendant in Solem: verbi gratiâ, si motus (cæteris paribus) fiat duplo tardior, Planeta parte quartâ vis circumsolaris prioris retinebitur in orbitâ suâ, & excessu cæterarum trium partium quartarum descendet in Solem. Proinde Planetæ, Saturnus, Jupiter, Mars, Venus, & Mercurius, non retardantur verè in Perigæis, neque fiunt

verè ſtationarii, & lento motu retrogradi. Iſta omnia ſunt apparentia tantum: & motus abſoluti, quibus Planetæ perſeverant in orbitis ſuis, ſunt ſemper directi, & æquabiles quamproximè. Tales autem motus circa Solem peragi probavimus, & propterea Sol ut centrum abſolutorum motuum quieſcit: nam Terræ quies omnino deneganda eſt, ne Planetæ in Perigæis verè tardeſcant, & fiant verè ſtationarii lenteque retrogradi; & ſic defectu motus deſcendant in Solem. Porrò quoniam Planetæ, Venus, Mars, Jupiter, cæterique, radiis ad Solem ductis deſcribunt orbes regulares, areaſque temporibus (uti oſtenſum eſt) quoad ſenſum proportionales: conſequens eſt (per Prop. iii, & Coroll. 3, Prop. lxv.) quòd Sol nullâ vi notabili urgetur, niſi quâ Planetæ omnes æqualiter, pro corporum quantitatibus, & ſecundum lineas parallelas, urgentur; adeoque Syſtema totum transfertur in directum. Rejiciatur tranſlatio illa Syſtematis totius, & Sol propemodum quieſcet in ipſius centro. Si Sol revolveretur circa Terram, & Planetas reliquos circum ſe deferret, deberet Terra Solem trahere vi magnâ; Planetas autem circumſolares vi nullâ ſenſibilem effectum habente, (omninò contra Coroll. 3, Prop lxv.) Adde, quòd ſi Terra, ob gravitatem partium, in infimâ mundi regione a pleriſque hactenus locata fuit: jam Sol potiori jure

jure, ob vim ſuam centripetam mille vicibus & ampliùs gravitate terreſtri majorem, in locum infimum detrudi debebit, centrumque Syſtematis conſtitui. Vera autem Syſtematis conſtitutio ſic pleniùs & exactiùs intelligetur.

Planetarum omnium commune gravitatis centrum quieſcere, & Solem tardiſſimè moveri. Definitur motus Solis.

Quoniam Fixæ quieſcunt inter ſe, concipiamus Solem, Terram & Planetas, tanquam Syſtema corporum utcunque moventium inter ſe, & omnium commune centrum gravitatis (per Legum Corollarium quartum) vel quieſcet vel movebitur uniformiter in directum. Caſu poſteriore movebitur etiam Syſtema totum uniformiter in directum. Dura eſt hæc hypotheſis: eâ rejectâ quieſcet commune illud centrum gravitatis. Ab eodem centro Sol nunquàm longè recedit. Incidit Solis & Jovis commune gravitatis centrum in ſuperficiem Solis. Si Planetæ omnes ad eandem Solis partem cum Jove locarentur, commune Solis & omnium centrum vix duplo longius a centro Solis recederet. Igitur Sol, pro vario Planetarum ſitu diverſimodè agitatus, & motu quodam libratorio lentè ſemper errans, nunquam integrâ ſui diametro a centro quieſcente Syſtematis totius recedit. Ex Solis autem & Planetarum ponderibus ſuprà inventis, & ſitu omnium ad invicem, datur commune gravitatis centrum: eoque dato locus Solis ad tempus propoſitum.

Planetas nihilominus revolvi in Ellipsibus umbilicos habentibus in Sole; & radiis ad Solem ductis areas describere temporibus proportionales.

Circa Solem hoc modo libratum revolvuntur cæteri Planetæ in Orbibus Ellipticis, & radiis ad Solem ductis describunt areas temporibus proportionales quamproximè, ut (in Prop. lxv.) expositum est. Si Sol quiesceret & Planetæ cæteri non agerent in se invicem, forent Orbes Elliptici, & areæ temporibus proportionales exactè (per Prop. xi, & Coroll. 1, Prop. xiii.) Actiones Planetarum in se invicem collatæ cum actionibus Solis in Planetas nullius sunt momenti, neque adeò sensibiles errores inducunt: suntque errores illi minores in revolutionibus circa Solem more jam descripto agitatum, quàm in revolutionibus circa Solem quiescentem (per Prop. lxvi. & Coroll. Prop. lxviii.) præsertim si Orbis cujusque umbilicus collocetur in communi centro gravitatis Planetarum omnium interiorum: Nimirum umbilicus Orbis Mercurii in centro Solis, umbilicus Orbis Veneris in communi centro gravitatis Mercurii & Solis, umbilicus Orbis Telluris in communi centro gravitatis Veneris, Mercurii & Solis; & sic deinceps. Hoc pacto umbilici Orbium Planetarum omnium, præter Saturnum, non distabunt sensibiliter a centro Solis; neque umbilicus Orbis Saturni recedet sensibiliter a communi centro gravitatis Jovis & Solis. Proinde centrum Solis non malè statuitur ab Astronomis umbilicus commu-

nis

nis Orbium cunctorum. In ipso Saturno error inde ortus non est major quàm 1′. 45″. Si Orbis iste, locando umbilicum in communi centro gravitatis Jovis & Solis, melius congruerit cum phænomenis, inde confirmabuntur hæc omnia quæ diximus.

De Orbium dimensionibus, deque motu Apheliorum & Nodorum.

Si Sol quiesceret, & Planetæ nil agerent in se invicem, quiescerent etiam eorum Aphelia & Nodi (per Prop. i. xi. & Cor. Prop. xiii.) & forent Orbium Ellipticorum axes majores ut latera cubica quadratorum temporum periodicorum (per Prop. xv.) adeoque ex datis temporibus periodicis darentur. Mensuranda sunt hæc tempora non a mobilibus æquinoctiorum punctis, sed a Stellâ primâ Arietis. Ex motu autem Solis augetur semiaxis quilibet, quasi tertiâ parte distantiæ centri Solis a communi centro gravitatis Solis & Planetæ (per Prop. lx.) & actionibus Planetarum exteriorum in interiores nonnihil augentur tempora periodica interiorum, at vix sensibiliter, & Aphelia moventur tardissime in consequentia (per Coroll. 6 & 7. Prop. lxvi.) Sic & actionibus Cometarum, siqui ultra Saturnum versentur, augebuntur periodica tempora Planetarum omnium; & maximè ea exteriorum: & Aphelia omnium movebuntur in consequentia. Progredientibus autem Apheliis regredientur Nodi (per Coroll. 11. & 13. Prop. lxvi.)

& regreſſus eorum, ſi forte quieſcat planum Eclipticæ, erit (per Corol. 16. Prop. lxvi.) ad progreſſum Aphelii in Orbe unoquoque, ut regreſſus Nodorum Lunæ ad progreſſum Aphelii ipſius quamproximè; hoc eſt ut 10 ad 21 circiter. Confirmare autem videntur obſervationes Aſtronomicæ Aphelia tardiſſimè progredi, & Nodos regredi, reſpectu Fixarum. Et inde veriſimile eſt, Cometas in regionibus ultra Planetas verſari. Hi in Orbibus valde excentricis revoluti, tranſcurrunt velociter Perihelia ſua, & motu in Apheliis longe tardiſſimo tempus ferè totum conterunt in regionibus ſupra Planetas, ut poſthac fuſiùs explicabitur.

Ex principiis allatis derivantur motus omnes Lunares hactenus ab Aſtronomis notati.

Planetas in hunc modum revolventes poſſe alios ceu Satellites aut Lunas circum ſe deferre, conſtat (ex Propoſitione lxv.) Actione autem Solis fit ut Luna noſtra velocius moveatur, & radio ad terram ducto deſcribat aream pro tempore majorem, Orbemque habeat minus curvum, atque adeò propius accedat ad terram, in Syzygijs quàm in Quadraturis, niſi quatenus impedit motus excentricitatis. Namque excentricitas maxima eſt ubi Apogæum Lunæ in Syzygijs verſatur, & minima ubi idem in Quadraturis conſiſtit; & inde Luna in Perigæo velocior eſt & nobis propior, in Apogæo autem tardior, & remotior in Syzygijs quàm in Quadraturis.

Progre-

Progreditur insuper Apogæum, & regrediuntur Nodi, sed motu inæquabili: & Apogæum quidem velociùs progreditur in Syzygiis suis, tardius regreditur in Quadraturis, & excessu progressus supra regressum annuatim fertur in consequentia. Nodi autem quiescunt in Syzygiis suis; & velocissimè regrediuntur in Quadraturis. Sed & major est Lunæ latitudo maxima in ipsius Quadraturis quàm in Syzygiis: & motus medius tardior in Perihelio Terræ quàm in ipsius Aphelio. Plures inæqualitates in motu Lunari nondum ab Astronomis notantur. Hæ autem omnes consectantur ex principiis nostris (per Coroll. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, Prop. lxvi.) & in cœlis reverà extare noscuntur. Id in *Horroxii* Hypothesi illâ ingeniosissimâ, &, ni fallor, omnium accuratissimâ, quam *Flamstedius* ad cœlos aptavit, videre licet. Corrigendæ tamen sunt Hypotheses Astronomicæ in motu Nodorum. Hi æquationem seu prostaphæresin maximam admittunt in Octantibus suis, estque hæc inæqualitas maximè conspicua ubi Luna in Nodis atque adeò in Octantibus versatur. Inde Tycho & post eum alii rejecerunt hanc inæqualitatem in Octantes Lunæ, eamque fecerunt menstruam. Docent autem rationes a nobis allatæ hanc ad Octantes Nodorum referri debere, & annuam constitui.

Præter

Ut & alii nonnulli nondum observati motus inæquabiles.

Præter inæqualitates ab Astronomis notatas, extant aliæ nonnullæ, quibus motus Lunares adeo perturbantur, ut nullâ hactenus lege ad regulam aliquam certam reduci potuerint. Velocitates enim seu motus horarii Apogæi & Nodorum Lunæ, & eorundem æquationes, ut & differentia inter excentricitatem maximam in Syzygiis & minimam in quadraturis, & inæqualitas quæ Variatio dicitur, augentur ac diminuuntur annuatim (per Corol. 14. Prop. lxvi.) in triplicatâ ratione diametri apparentis solaris. Estque Variatio præterea in ratione duplicatâ temporis inter quadraturas quamproximè (per Corol. 1. & 2. Lem. x. & Corol. 16. Prop. lxvi.) Sunt & inæqualitates omnes in parte orbis Solem versus paulò majores quàm in parte oppositâ, sed differentiâ vix aut nè vix quidem sensibili.

Et distantiæ Lunæ a Terrâ ad tempus datum.

Per computationem quandam, quam brevitatis gratiâ non describo, invenio etiam quòd area quam Luna radio ad terram ducto singulis temporis particulis æqualibus describit, sit quamproximè ut summa numeri $237\frac{3}{10}$, & sinus versi duplicatæ distantiæ Lunæ a Quadraturâ proximâ, in circulo cujus radius est unitas; atque adeò quòd quadratum distantiæ Lunæ a Terrâ sit ut summa illa divisa per motum horarium Lunæ. Hæc ita se habent ubi Variatio

in

in Octantibus est magnitudinis mediocris: sin Variatio major sit vel minor, augeri debet vel minui sinus ille versus in eâdem ratione. Tentent Astronomi quàm probè distantiæ sic inventæ congruerint cum Lunæ diametris apparentibus.

Derivantur motus Satellitum Jovis & Saturni ex motibus Lunæ.

Ex motibus Lunæ nostræ, derivare licet motus Lunarum seu Satellitum Jovis & Saturni. Namque motus medius Nodorum Satellitis extimi Jovialis, est ad motum medium Nodorum Lunæ nostræ, in ratione compositâ ex ratione duplicatâ temporis periodici Terræ circa Solem ad tempus periodicum Jovis circa Solem, & ratione simplici temporis periodici Satellitis circa Jovem ad tempus periodicum Lunæ circa Terram (per Corol. 16. Prop. lxvi.) adeoque annis centum conficit Nodus iste $8^{gr.}$ 24′. in antecedentia. Motus medii Nodorum Satellitum interiorum sunt ad motum hujus, ut illorum tempora periodica ad tempus periodicum hujus (per idem Corollarium) & inde dantur. Motus autem Augis Satellitis cujusque in consequentia, est ad motum Nodorum ipsius in antecedentia, ut motus Apogæi Lunæ nostræ ad hujus motum Nodorum (per idem Corol.) & inde datur. Æquationes maximæ Nodorum & Augis Satellitis cujusque sunt ad æquationes maximas Nodorum & Augis Lunæ respectivè,

ut

ut motus Nodorum & Augis Satellitum, tempore unius revolutionis æquationum priorum, ad motus Nodorum & Apogæi Lunæ tempore unius revolutionis æquationum posteriorum. Variatio Satellitis e Jove spectati est ad variationem Lunæ, ut sunt motus toti Nodorum temporibus periodicis Satellitis & Lunæ ad invicem (per idem Corollarium) adeoque in Satellite extimo non superat 5″. 12‴. Parvitate harum inæqualitatum, & tarditate motuum, fit ut motus Satellitum tam regulares reperiantur; utque Astronomi recentiores aut motum omnem Nodis denegent, aut asserant tardissimè retrogradum.

Planetas respectu fixarum æquabili motu circum axes suos revolvi, hunc motum ad æquationem temporis aptissimum esse.

Interea dum Planetæ in hunc modum circum centra longinqua in orbem redeunt, rotantur singuli circum axes proprios, Sol quidem diebus 26; Jupiter horis 9, minutis primis 56; Mars horis $24\frac{2}{3}$; Venus horis 23; idque in planis ad planum Eclipticæ non multùm inclinatis, & secundum ordinem signorum; ut ex maculis in eorum corporibus per vices in conspectum redeuntibus definiunt Astronomi. Similis est revolutio Terræ nostræ facta horis 24. Hos motus actionibus virium centripetarum non accelerari nec retardari constat (per Corol. 22. Prop. lxvi.) Sunt igitur præ cæteris omnibus æquabiles, atque adeo ad mensuram

ſuram temporis aptiſſimi. Sed revolutiones ex reditu, non ad Solem, ſed ad Stellam aliquam fixam definiendæ ſunt æquabiles. Nam ſitu Planetarum ad Solem inæquabiliter variato, revolutiones eorum a Sole ad Solem redduntur inæquabiles.

Lunam pariter motu diurno circa axem ſuum revolvi, & inde librationem ipſius oriri.

Sic & Luna revolvitur circa axem proprium motu maximè æquabili reſpectu Fixarum. Revolvitur autem tempore dierum 27, horarum 7, min. 43. id eſt menſe ſidereo, ita ut motus iſte diurnus æqualis ſit motui medio Lunæ in Orbe ſuo. Proinde eadem Lunæ facies convertetur ſemper in centrum circa quod motus iſte medius peragitur, hoc eſt in Orbis Lunaris umbilicum exteriorem quamproximè. Inde oritur deflexio faciei de terrâ, nunc in Orientem quidem, nunc verò in Occidentem, pro ſitu umbilici quem reſpicit; eſtque deflexio illa æqualis proſtaphæreſi Orbis Lunaris, ſeu differentiæ inter motum medium & verum. Hæc eſt libratio Lunæ in longitudinem. Eſt & libratio in latitudinem orta ab inclinatione axis Lunaris ad planum Orbis in quo Luna circa Terram revolvitur. Servat enim axis ille ſitum ſuum ad Fixas quamproximè, & inde poli nobis per vices in conſpectum veniunt. Id intelligere licet ex motu Telluris, cujus poli ob inclinationem axis ad planum Eclipticæ per vices illuſtrantur

a Sole. Situm axis ad Fixas, & situs hujus variationem exactè determinare, Problema est Astronomo dignum.

De præcessione æquinoctiorum, deque motu libratorio axis Telluris & Planetarum.

Ex Planetarum revolutionibus diurnis conatur materia recedere ab axibus hujus motus, & inde partes liquidæ surgunt paulò altiùs juxta Æquatorem quàm justa Polos, partesque solidas inundabunt nisi pariter surgentes. Ideò Planetæ paulò crassiores sunt juxta Æquatorem quàm juxta Polos, & eorum puncta æquinoctialia propterea regrediuntur; axesque motu oscillatorio bis in singulis revolutionibus nutant, & bis redeunt ad inclinationem priorem; ut (in Corol. 18. Prop. lxvi.) expositum est. Nam & Jupiter, prælongis tubis visus, non omnino rotundus cernitur, sed illius diameter Eclipticæ parallela paulo est oblongior quàm quæ a Septentrione in Austrum ducitur.

Mare bis fluere debere & bis refluere singulis diebus, & æstum incidere in horam tertiam ab appulsu luminaris ad meridianum loci.

A Telluris etiam motu diurno & attractionibus Solis & Lunæ, mare nostrum singulis diebus tam Lunaribus quam Solaribus bis intumescere debet & bis defluere (per Corol. 19. & 20. Prop. lxvi.) & aquæ altitudo maxima præcedere horam sextam diei utriusque, & sequi duodecimam præcedentem. Tarditate motus diurni retrahitur æstus ad horam duodecimam, & vi motus reciprocationis protrahitur idem, & in horam sextæ propiorem differtur. Interea

dum

dum tempus per phænomena certiùs determinabitur, quidni rationem mediocrem tenentes conjiciamus æstum maximum in horam tertiam? Hoc pacto aqua toto tempore ascendet quo vis Luminarium ad ipsam attollendam major est, descendetque toto tempore quo minor est. Namque vis illa major est ab horâ nonâ ad horam tertiam, & minor a tertiâ ad nonam. Horas numero ab appulsu luminaris utriusque ad Meridianum loci, tam infra Horizontem quàm supra: & per horas diei Lunaris intelligo vigesimas quartas partes temporis quo Luna motu apparente diurno ad Meridianum loci revolvitur.

Motus autem bini, quos Luminaria duo excitant, non cernentur distinctè, sed motum quendam mixtum efficient. In Luminarium Conjunctione vel Oppositione conjungentur eorum effectus, & componetur fluxus & refluxus maximus. In Quadraturis Sol attollet aquam ubi Luna deprimit, deprimetque ubi Luna attollit; & ex effectuum differentiâ æstus omnium minimus orietur. Et quoniam, experientiâ teste, major est effectus Lunæ quàm Solis, incidet aquæ maxima altitudo in horam tertiam Lunarem. Extra Syzygias & Quadraturas, æstus maximus qui solâ vi Lunari incidere semper deberet in horam tertiam Lunarem, & solâ Solari in

Æstus maximos in syzygiis Luminarium ac Terræ, minimos in quadraturis fieri; idque horâ tertiâ ab appulsu Lunæ ad Meridianum loci: ast extra syzygias & quadraturas deviare aliquantulum ab horâ illâ tertiâ in horam tertiam ab appulsu.

tertiam Solarem, compositis viribus incidet in tempus aliquod intermedium, quod tertiæ Lunari propinquius est; adeoque in transitu Lunæ a Syzygiis ad Quadraturas, ubi hora tertia Solaris præcedit tertiam Lunarem, maxima aquæ altitudo præcedet etiam tertiam Lunarem, idque maximo intervallo paulo post Octantes Lunæ; & paribus intervallis æstus maximus sequetur horam tertiam Lunarem in transitu Lunæ a Quadraturis ad Syzygias.

Majores esse æstus ubi Luminaria sunt in perigæis.

Pendent autem effectus Luminarium ex eorum distantiis a terrâ. In minoribus enim distantiis majores sunt eorum effectus, in majoribus minores, idque in triplicatâ ratione diamêtrorum apparentium. Igitur Sol tempore hyberno, in Perigæo existens, majores edit effectus, efficitque ut æstus in Syzygiis majores sint, & in Quadraturis minores (cæteris paribus) quam tempore æstivo; & Luna in Perigæo singulis mensibus majores ciet æstus quàm ante vel post dies quindecim, ubi in Apogæo versatur. Unde fit ut æstus duo omninò maximi in Syzygiis continuis se mutuo non sequantur.

Majores esse æstus circa æquinoctia.

Pendet etiam effectus utriusque Luminaris ex ipsius Declinatione seu distantiâ ab Æquatore. Nam si Luminare in Polo constitueretur, traheret illud singulas aquæ partes constanter, absque actionis intensione & remissione, adeoque

que motus reciprocationem nullam cieret. Igitur Luminaria recedendo de Æquatore Polum versùs, effectus suos gradatim amittent, & propterea minores ciebunt æstus in Syzygiis Solstitialibus quàm in Æquinoctialibus. In Quadraturis autem Solstitialibus majores ciebunt æstus quàm in Quadraturis Æquinoctialibus; eò quòd Lunæ jam in Æquatore constitutæ effectus maximè superat effectum Solis. Incidunt igitur æstus maximi in Syzygias, & minimi in Quadraturas Luminarium, circa tempora Æquinoctii utriusque; & æstum maximum in Syzygiis comitatur semper minimus in quadraturis, ut experientiâ compertum est. Per minorem autem distantiam Solis a terrâ, tempore hyberno quam tempore æstivo, fit ut æstus maximi & minimi sæpiùs præcedant Æquinoctium vernum quàm sequantur, & sæpiùs sequantur autumnale quàm præcedant.

Æstus extra Æquatorem vicibus alternis majores & minores fieri.

Fig. 4.

Pendent etiam effectus Luminarium ex locorum latitudine. Designet *ApEP* Tellurem aquis profundis undique coopertam; *C* centrum ejus; *P*, *p* polos; *AE* Æquatorem; *F* locum quemvis extra Æquatorem; *Ff* parallelum loci; *Dd* parallelum ei respondentem ex alterâ parte Æquatoris; *L* locum quem Luna ante horas tres occupabat; *H* locum Telluris ei perpendiculariter subjectum; *h* locum huic oppositum; *K*, *k* loca inde

inde gradibus 90 diſtantia; *CH*, *Ch* Maris altitudines maximas menſuratas a centro Telluris, & *CK*, *Ck* altitudines minimas: & ſi axibus *Hh*, *Kk* deſcribatur Ellipſis, deinde Ellipſeos hujus revolutione circa axem majorem *Hh* deſcribatur Sphærois *HPKhpk*; deſignabit hæc figuram maris quamproximè, & erunt *CF*, *Cf*, *CD*, *Cd*, altitudines maris in locis *F*, *f*, *D*, *d*. Quinetiam ſi in præfatâ Ellipſeos revolutione punctum quodvis *N* deſcribat circulum *NM*, ſecantem parallelos *Ff*, *Dd* in locis quibuſvis *R*, *T*, & Æquatorem *AE* in *S*; erit *CN* altitudo Maris in locis omnibus *R*, *S*, *T*, ſitis in hoc circulo. Hinc in revolutione diurnâ loci cujuſvis *F*, affluxus erit maximus in *F*, horâ tertiâ poſt appulſum Lunæ ad Meridianum ſupra Horizontem; poſtea defluxus maximus in *Q*, horâ tertiâ poſt occaſum Lunæ; dein affluxus maximus in *f*, horâ tertiâ poſt appulſum Lunæ ad Meridianum infra Horizontem, ultimò defluxus maximus in *Q*, horâ tertiâ poſt ortum Lunæ: & affluxus poſterior in *f*; erit minor quàm affluxus prior in *F*. Diſtinguitur enim mare totum in duos omninò fluxus ingentes & hemiſphæricos, unum in Hemiſphærio *KHkC* ad boream vergentem, alterum in Hemiſphærio oppoſito *KhkC*, quos igitur fluctum borealem & fluctum auſtralem nominare licet. Hi fluc-

tus

tus ſemper ſibi mutuò oppoſiti veniunt per vices ad Meridianos locorum ſingulorum, interpoſito intervallo horarum Lunarium duodecim. Cumque regiones boreales magis participant fluctum borealem, & auſtrales magis auſtralem, inde oriuntur æſtus alternis vicibus majores & minores, in locis ſingulis extra Æquatorem. Æſtus autem major, declinante Lunâ in verticem loci, incidet in horam circiter tertiam poſt appulſum Lunæ ad Meridianum ſupra Horizontem, & Lunâ declinationem mutante vertetur in minorem. Et fluxuum differentia maxima incidet in tempora Solſtitiorum; præſertim ſi Lunæ Nodus aſcendens verſatur in principio Arietis. Sic æſtus matutini tempore hyberno ſuperant veſpertinos, & veſpertini tempore æſtivo matutinos, ad *Plymuthum* quidem altitudine quaſi pedis unius, ad *Briſtoliam* verò altitudine quindecim digitorum; obſervantibus *Colepreſſio* & *Sturmio.*

Per motus impreſſi conſervationem minui differentiam æſtuum, & fieri quoque ut æſtus maximus menſtruus ſit tertius a Syzygiâ.

Motus autem hactenus deſcripti mutantur aliquantulum per vim illam reciprocationis aquarum, quâ maris æſtus, etiam ceſſantibus luminarium actionibus, poſſet aliquamdiu perſeverare. Conſervatio hæcce motus impreſſi minuit differentiam æſtuum alternorum; & æſtus proximè poſt Syzygias majores reddit, eoſque proximè poſt Quadraturas minores. Unde fit ut æſtus alterni ad *Plymuthum* & *Briſtoliam* non multo

magis differant ad invicem quàm altitudine pedis unius vel digitorum quindecim; utque æstus omnium maximi in iisdem portubus non sint primi a Syzygiis sed tertii.

Motus maris impedimento alveorum retardari.

Fieri etiam potest ut æstus omnium maximus sit quartus vel quintus a Syzygiis, vel tardius adveniat, eò quòd retardantur motus marium in transitu per loca vadosa ad littora. Sic enim æstus accedit ad littus occidentale *Hiberniæ*, horâ tertiâ Lunari; & post horam unam & alteram ad portus in littore australi ejusdem Insulæ, ut & ad *Insulas Cassiterides*, vulgo *Sorlings* dictas: dein successivè ad *Falmuthum*, *Plymuthum*, *Portlandiam*, *Insulam Vectam*, *Winchelsejam*, *Doveriam*, ostium *Tamesis* & pontem *Londinensem*, consumptis horis duodecim in hoc itinere. Sed & Oceani ipsius alveis haud satis profundis impeditur æstuum propagatio. Incidit enim æstus ad *Insulas Fortunatas*, & ad occidentalia marique *Atlantico* exposita littora *Hiberniæ*, *Galliæ*, *Hispaniæ* & *Africæ* totius, usque ad *Caput bonæ spei*, in horam tertiam Lunarem; præterquam in locis nonnullis vadosis ubi æstus impeditus tardius advenit, inque *Freto Gaditano*, quod motu ex mari mediterraneo propagato citius æstuat. Pergendo vero de his littoribus per Oceani latitudinem ad oras *Americæ*, accedit æstus primo ad *Brasiliæ* littora maximè orientalia circa horam

Lunarem

Lunarem quartam vel quintam, deinde ad oſtium *Fluvii Amazonum* horâ ſextâ, ad inſulas verò adjacentes horâ quartâ, poſtea ad *Inſulas Bermudas* horâ ſeptimâ, & ad *Floridæ* portum *S. Auguſtini* horâ $7\frac{1}{2}$. Tardiùs igitur progreditur æſtus per Oceanum quàm pro ratione motus Lunæ. Et perneceſſaria eſt hæcce retardatio, ut mare eodem tempore deſcendat inter *Braſiliam* & *Novam Franciam*, aſcendatque ad *Inſulas Fortunatas* & litora *Europæ* & *Africæ*, & vice verſâ. Namque mare aſcendere nequit in uno loco, quin ſimul deſcendat in altero. Lege jam deſcriptâ agitari quoque *Mare Pacificum* veriſimile eſt. Namque æſtus altiſſimi in litore *Chilienſi* & *Peruviano* incidere dicuntur in horam tertiam Lunarem, ſed quâ velocitate propagantur inde ad litus orientale *Japoniæ* & ad *Inſulas Philippinas*, cæteraſque regno *Sinarum* adjacentes, nondum reperi.

Ex alveorum & litorum impedimentis varia oriri phænomena: ut quod mare non niſi ſemel intumeſcat diebus ſingulis.

Porrò fieri poteſt ut æſtus propagetur ab Oceano per freta diverſa ad eundem portum, & citiùs tranſeat per aliqua freta quam per alia: quo in caſu æſtus idem, in duos vel plures ſucceſſivè advenientes diviſus, componere poſſit motus novos diverſorum generum. Fingamus æſtum dividi in duos æquales, quorum prior præcedat alterum ſpatio horarum ſex, incidatque in horam vel tertiam vel viceſimam ſeptimam ab im-

pulſu Lunæ ad Meridianum portus. Si Luna in hocce ad Meridianum appulſu verſabatur in Æquatore, venient ſingulis horis ſenis æquales affluxus, qui in mutuos refluxus incidendo eoſdem affluxibus æquabunt, & ſic ſpatio diei illius efficient ut aqua tranquillè ſtagnet. Sin Luna tunc declinabat ab Æquatore, fient æſtus in Oceano vicibus alternis majores & minores, uti dictum eſt; & inde propagabuntur in hunc portum affluxus bini majores & bini minores, vicibus alternis. Affluxus autem bini majores component aquam altiſſimam in medio inter utrumque, affluxus major & minor faciet ut aqua aſcendat ad mediocrem altitudinem in medio, & inter affluxus binos minores aqua aſcendet ad altitudinem minimam. Sic ſpatio viginti quatuor horarum, aqua non bis ut fieri ſolet, ſed ſemel tantum perveniet ad maximam altitudinem, & ſemel ad minimam; & altitudo maxima, ſi Luna declinat in Polum ſupra Horizontem loci, incidet in horam vel ſextam vel triceſimam ab appulſu Lunæ ad Meridianum, atque Luna declinationem mutante mutabitur in defluxum. Quorum omnium exemplum habemus, in portu regni *Tunquini* ad *Batſham* in latitudine boreali 20^{gr}. 50′. Ibi aqua die tranſitum Lunæ per Æquatorem ſequente ſtagnat, dein Luna ad boream declinante incipit fluere & refluere, non bis ut

Phil. Tranſact. Num. 162.

in aliis portubus, ſed ſemel ſingulis diebus; & æſtus incidit in occaſum Lunæ, defluxus maximus in ortum: cum Lunæ declinatione augetur hic æſtus, uſque ad diem ſeptimum vel octavum, dein per alios ſeptem dies iiſdem gradibus decreſcit, quibus antea creverat; & Luna declinationem mutante ceſſat, & mox mutatur in defluxum. Incidit enim ſubinde defluxus in occaſum Lunæ, & affluxus in ortum, donec Luna iterum mutet declinationem. Aditus de Oceano in hunc portum duplex patet: unus rectior & brevior inter *Inſulam Hainan* & litora *Quantungi*, Provinciæ *Sinarum*; alter per circuitum inter Inſulam eandem & litora *Cochini*. Per breviorem citius propagatur æſtus ad *Batſham*.

Tempora æſtuum intra fluviorum alveos eſſe magis inæqualia quam in Oceano.

In alveis fluminum pendet influxus & refluxus a fluminum curſu. Nam curſus ille facit aquam tardius influere ex mari, & in mare citius & velocius refluere, atque adeò diutiùs refluere quàm influere, præſertim ſi longè in flumen aſcenditur ubi minor eſt vis maris. Sic in fluvio *Avonæ*, ad tertium lapidem infra *Briſtoliam*, refert *Sturmius* aquam horis quinis influere, ſeptenis refluere: ſupra *Briſtoliam*, ut ad *Caneſham* vel *Bathoniam*, differentia proculdubio major eſt. Pendet etiam hæc differentia a magnitudine fluxus & refluxus. Nam prope Luminarium Syzygias, vehementior maris motus, facilius ſu-

perando resistentiam fluminum, faciet aquam citius ac diutius influere, adeoque minuet hanc differentiam. Interea verò dum Luna ad Syzygias properat, necesse est ut flumina ob cursus suos per magnitudinem æstuum impeditos magis impleantur, & propterea maris refluxum paulò magis impediant proximè post Syzygias quam proximè ante. Eâ de causâ æstus omnium tardissimi non incident in ipsas Syzygias, sed paulò præcedent. Dixi æstus etiam ante Syzygias retardari vi Solis. Conjungatur causa utraque, & æstuum retardatio et major erit & Syzygias magis præcedet. Quæ omnia ita se habere colligo ex Tabulis æstuum, quas *Flamstedius* ex observationibus quam plurimis construxit.

Æstus a mari majore & profundiore majores oriri, & majores esse ad littora Continentium quàm in medio mari ad insulas, atque adhuc majores in sinubus vadosis, ore lato in Oceanum patentibus.

Fig. 5.

Legibus hactenus descriptis reguntur æstuum tempora. Magnitudo pendet a magnitudine marium. Designet *C* centrum Terræ, *EADB* ovalem maris figuram, *CA* ovalis hujus semiaxem majorem, *CB* semiaxem minorem priori insistentem ad angulum rectum, *D* punctum medium inter *A* & *B*, & *ECF* vel *eCf* angulum ad centrum terræ, quem maris litoribus *E*, *F* vel *e*, *f* terminati latitudo subtendit. Vertetur autem punctum *A* in medio inter puncta *E*, *F*, & punctum *D* in medio inter puncta *e*, *f*; & si per differentiam altitudinum *CA*, *CB* exponatur

exponatur quantitas æstus in mari profundissimo Terram totam cingente, designabit excessus altitudinis *CA* super altitudinem *CE* vel *CF*, quantitatem æstus in medio maris *EF* litoribus *E*, *F* terminati; & excessus altitudinis *Ce* super altitudinem *Cf*, quantitatem æstus ad litora ejusdem maris quamproximè. Unde liquet æstus in medio mari longè minores esse quàm ad litora, & æstus ad litora esse propemodum ut maris latitudo *EF*, arcu quadrantali non major. Et hinc est quod prope Æquatorem ubi mare inter *Africam* & *Americam* angustum est, æstus sint multò minores quàm hinc inde in Zonis Temperatis, ubi maria late patent, inque *Maris Pacifici* litoribus fere cunctis tam *Americanis* quam *Sinicis*, & intra Tropicos & extra; quodque ad Insulas medio in mari sitas vix assurgant ultra pedes duos vel tres, in litoribus autem magnarum Continentium sint triplo vel quadruplo majores & ultra: præsertim si motus de Oceano patente venientes gradatim contrahantur in spatium angustum, & aqua cum impetu magno per loca vadosa, ad sinus alternis vicibus implendos & evacuandos, influere & effluere cogitur: ut ad *Plymuthum* & pontem *Chepstowæ* in *Angliâ*; ad montes S. *Michaelis* & urbem *Abrincatuorum* (vulgo *Auranches* dictam) in *Normanniâ*; ad *Cambajam* & *Pegu* in *Indiâ orientali*.

orientali. His in locis mare, magnâ cum velocitate accedendo & recedendo, littora nunc inundat nunc arida relinquit ad multa milliaria. Neque impetus accedendi vel recedendi prius frangi poteſt, quàm aqua attollitur vel deprimitur ad pedes, 40, vel 50, & amplius. Sic & freta oblonga, vadoſa, & oſtiis reliquo alveo amplioribus & profundioribus in Oceanum patentia (cujus generis ſunt *Britannicum*, & *Magellanicum*, ad introitum orientalem) magis fluent & refluent, curſumve intendent & remittent; eâque de causâ altius aſcendent ac deprimentur. Ad littora *Americæ auſtralis*, *Mare Pacificum* non rarò in refluxu ſuo remeare dicitur ad milliaria duo, & fugere viſum in litore ſtantis. Unde & ibi æſtus fiunt ſolito altiores. In aquis autem profundioribus ſemper minor eſt fluendi & refluendi velocitas, & propterea minor quoque aſcenſus ac deſcenſus. Nec Oceanus talibus in locis ad pedes pluſquam ſex, octo vel decem, aſcendere noſcitur. Aſcenſus verò quantitatem ſic computo.

Ex Principiis allatis computatur vis Solis ad perturbandos motus Lunæ.

Fig. 6.

Deſignet S Solem, T Terram, P Lunam, $PAGB$ orbem Lunæ. In SP capiatur SK æqualis ST, & SL ad SK in duplicatâ ratione SK ad SP, & ipſi PT agatur parallela LM; & ſi vis mediocris circumſolaris agens in Terram exponatur per diſtantiam ST vel SK, erit

erit SL vis circumsolaris agens in Lunam. Ea componitur ex partibus SM, LM, quarum LM & ipsius SM pars TM perturbat motum Lunæ (ut in Prop. lxvi & ejus Corollariis expositum est.) Quatenus Terra & Luna circa commune gravitatis centrum revolvuntur, urgebitur Terra viribus consimilibus; sed summas tam virium quam motuum referre licet ad Lunam, & summas virium per lineas ipsis analogas TM & ML designare. Vis ML in mediocri suâ quantitate est ad vim, quâ Luna in orbe suo circa Terram quiescentem ad distantiam PT revolvi posset, in duplicatâ ratione temporum periodicorum Lunæ circa Terram & Terræ circa Solem (per Coroll. 17. Prop. lxvi) hoc est in duplicatâ ratione dierum 27, hor. 7, min. 43, ad dies 365, hor. 6, min. 9, id est ut 1000 ad 178725, seu 1 ad $178\frac{29}{40}$. Vis quâ Luna in orbe suo circa Terram quiescentem, ad distantiam PT semidiametrorum terrestrium $60\frac{1}{2}$, revolvi posset, est ad vim, quâ eodem tempore ad distantiam semidiametrorum 60 revolvi posset, ut $60\frac{1}{2}$ ad 60; & hæc vis ad vim gravitatis apud nos ut 1 ad 60×60. Ideoque vis mediocris ML est ad vim gravitatis in superficie Terræ, ut $1 \times 60\frac{1}{2}$ ad $60 \times 60 \times 60 \times 178\frac{29}{40}$, seu 1 ad 638092,6. Unde datur etiam vis TM, ex proportione linearum TM, ML. Hæ sunt vires Solis quibus motus Lunæ perturbatur.

Si

Computatur vis Solis ad mare movendum.

Si deſcendatur de orbe Lunæ ad ſuperficiem Terræ, minuentur hæ vires in ratione diſtantiarum $60\frac{1}{2}$ ad 1; adeoque vis *ML* jam fiet 38604600 vicibus minor quàm vis gravitatis. Hæc vis Terram undique æqualiter urgendo, vix aut ne vix quidem mutabit motum marium, adeoque in explicatione motus illius negligi poſſit. Vis altera *TM* in locis in quorum Zenith vel Nadir Sol conſtituitur, eſt triplo major quàm vis *ML*, adeoque 12868200 vicibus minor quàm vis gravitatis.

Computatur altitudo æſtus ſub æquatore ex vi Solis oriunda.

Fig. 7.

Deſignet jam *ADBE* Telluris ſuperficiem ſphæricam; *aDbE* aquam ſupernatantem, *C* centrum utriuſque, *A* locum cui Sol perpendiculariter imminet, *B* locum oppoſitum; *D*, *E* loca inde gradibus nonaginta diſtantia; *ACEmlk* canalem cylindricum rectangulum tranſeuntem per centrum terræ. Vis *ML* in loco quolibet eſt ut diſtantia loci a plano *DE* cui recta *AC* perpendicularis eſt, adeoque in canalis parte *EClm* nulla eſt, in parte alterâ *AClk* eſt ut gravitas in ſingulis altitudinibus. Nam gravitas in deſcenſu ad centrum Terræ eſt ubique ut altitudo (per Prop. lxxiii.) Igitur vis *ML* urgendo aquam ſurſum minuet gravitatem ejus in canalis crure *AClk* in datâ ratione. Et propterea aqua in hoc crure aſcendet, ut defectus gravitatis compenſetur majore altitudine; neque prius ſtabit in æquilibrio, quàm gravitas totius

totius æquetur gravitati totius in canalis crure *Clm E*. Quoniam gravitas particulæ cujusque est ut distantia ipsius a centro Terræ, crescet pondus aquæ totius in crure canalis in duplicatâ ratione altitudinis, adeoque altitudo aquæ in crure *AClk* fiet ad altitudinem aquæ in crure *Clm E*, in dimidiatâ ratione numeri 12868201 ad 12868200; sive in ratione numeri 25623053 ad numerum 25623052; & altitudo in crure alterutro *EClm* ad differentiam altitudinum ut 25623052 ad 1. Est autem altitudo illa in crure *EClm* pedum *Parisiensium* 19615800, ut a *Gallis* nuper definitum est: & inde per analogiam illam prodit differentia altitudinum $9\frac{1}{5}$ digitorum hujus pedis. Igitur vi Solis major erit altitudo maris ad *A* quàm ad *E* digitis circiter novem. Et quamvis aqua in canali *ACEmlk* congeletur & rigeat, manebunt tamen altitudines aquarum terræ supernatantium ad *A* & *E* locaque omnia intermedia.

Designet *Aa* excessum illum altitudinis digitorum novem ad *a*, & *hf* excessum altitudinis in alio quovis loco *h*, & ad *DC* demittatur normalis *fG* occurrens sphæræ in *F*. Ob ingentem Solis distantiam, quâ fit ut lineæ omnes ad Solem tendentes pro parallelis haberi possint, est vis *TM* in loco quovis *h* vel *f*, ad vim illam in loco *A*, ut sinus *FG* ad radium *AC*; adeoque cum vires illæ tendant secundum lineas

Computatur altitudo æstus sub parallelis ex vi solis oriunda.

parallelas in Solem, generabunt hæ parallelas altitudines *Ff*, *Aa*, in eâdem ratione. Et propterea figura aquæ *DfaEb* ſphærois erit facta per revolutionem Ellipſeos circa majorem axem *ab*. Eſt inſuper altitudo perpendicularis *fh* ad altitudinem obliquam *fF*, ut *fG* ad *fC*, ſeu *FG* ad *AC*; & propterea altitudo *fh* eſt ad altitudinem *Aa* in duplicatâ ratione *FG* ad *AC*, id eſt in ratione quam habet ſinus verſus anguli *DCf* duplicati ad duplicatum radium, & inde datur. Et hinc Sole circa Terram apparenter revolvente, innoteſcit ratio intumeſcentiæ ac detumeſcentiæ ſingulis momentis in loco quolibet ſub Æquatore. Innoteſcit etiam decrementum æſtus maris tàm ex latitudine locorum quàm ex declinatione Solis oriundum. Nimirum quòd ex latitudine locorum, aſcenſus & deſcenſus maris in locis ſingulis diminuitur in ratione duplicatâ ſinus complementi latitudinis; quodque ex declinatione Solis, aſcenſus & deſcenſus ille ſub Æquatore diminuitur in ratione duplicatâ ſinus complementi declinationis: ſed & extra Æquatorem ſemiſumma aſcenſus matutini & aſcenſus veſpertini, id eſt aſcenſus mediocris, diminuitur in eâdem ratione quamproximè.

Ratio æſtuum ſub æquatore in Syzygiis &

Deſignent *S* & *L* vires Solis & Lunæ in Æquatore verſantium, & mediocriter diſtantium a Terrâ, *R* radium, *T* & *U* ſinus verſos duplicato-

rum

rum complementorum declinationis Solis & Lunæ ad tempus datum, *D* & *E* mediocres diametros apparentes Solis & Lunæ. *F* ac *G* earum diametros apparentes ad tempus illud datum, & erunt vires ad æstus sub æquatore ciendos, in syzygiis quidem $\frac{VG^3}{2RE^3}L+\frac{TF^3}{2RD^3}S$, in quadraturis autem $\frac{VG^3}{2RE^3}L-\frac{TF^3}{2RD^3}S$. Si eadem æstuum ratio observetur etiam sub parallelis, habebimus ex observationibus in boreali nostrâ regione exactè factis ptoportionem inter vires *L* & *S*. Et tum demum per hanc regulam prædicere licebit quantitates æstuum ad singulas syzygias & quadraturas. quadraturis ex vi Solis & Lunæ conjunctim.

Ante ostium fluvii *Avonæ* ad lapidem tertium infra *Bristoliam*, tempore verno & autumnali, totus Aquæ ascensus in conjunctione & oppositione luminarium, observante *Samuele Sturmio*, est quasi pedum 45; in quadraturis autem pedum tantum 25. Luminarium diametros apparentes, quæ hic non definiuntur, assumamus esse mediocres, ut & Lunæ declinationem in quadraturis æquinoctialibus mediocrem esse, seu graduum $23\frac{1}{2}$, & sinus versus duplicati complementi erit 1682 posito radio 1000. Solis autem in æquinoctiis & Lunæ in syzygiis declinatio nulla est, & sinus versus duplicati complementi 2000. Inde fit vis in syzygiis *L*+*S*, Computatur vis Lunæ ad æstus ciendos & altitudo aquæ inde oriunda.

 in

in quadraturis $\frac{1681}{2000} L - S$, æſtuum altitudinibus 45 pedum & 25 pedum, ſeu 9 paſſuum & 5 paſſuum proportionalis. Et ductis extremis & mediis in ſe, fit $5\ L + 5\ S = \frac{15129}{2000} L - 9\ S$, ſeu $L = \frac{28000}{5129} S = 5 \frac{5}{11} S$. Porro tempore æſtivo aſcenſum maris in ſyzygiis eſſe ad aſcenſum in quadraturis fere ut 5 ad 4 memini me audiſſe. In ipſis Solſtitiis veriſimile proportionem paulo minorem eſſe, puta 6 ad 5. Inde verò conſectatur eſſe $L = 5 \frac{1}{6} S$. Donec aliquid certius ex obſervationibus conſtiterit, aſſumamus $L = 5 \frac{1}{3} S$, & cum æſtus ſint ut vires, vis autem Solaris cieat æſtum altum novem digitos, vis Lunaris ciebit æſtum altum pedes quatuor. Demus altitudinem illam, per vim reciprocationis aquarum, quâ motus ſemel impreſſus aliquamdiu conſervatur, duplicari, vel forte triplicari, & generabitur æſtuum quantitas illa omnis quæ in Oceanis revera conſpicitur.

Has vires Solis & Lunæ vix aliter quam per æſtus Maris ſentiri poſſe.

Sufficiunt igitur hæ vires commovendo mari: aſt alios tamen effectus ſenſibiles in hac terrâ, quantum animadverto, producent nullos. Nam cùm granum unum in pondere granorum 4000 ope libræ exactiſſimæ ſentiri vix poſſit, vis autem ſolaris ad ciendos æſtus ſit 12868200 vicibus minor vi gravitatis, & ſumma virium Solis & Lunæ major exiſtens in ratione $6 \frac{1}{3}$ ad 1, ſit 2032890 vicibus minor vi eâdem

6 gravitatis,

gravitatis; perſpicuum eſt quod conjunctæ illæ vires ſint vicibus quingentis minores quàm quæ pondus corporis cujuſvis, in librâ appenſi, ſenſibiliter augere vel minuere poſſint, & propterea corpus nullum appenſum movebunt ſenſibiliter. Unde nec in experimentis Pendulorum, Barometrorum, Inſidentium aquæ ſtagnanti, & Staticis ſimilibus, ſenſibiles edent effectus. Atmoſphæra quidem his viribus fluet & refluet ad modum maris, ſed motu tam exiguo ut exinde ventus nullus ſenſibilis oriatur.

Si Lunæ & Solis tam effectus in æſtibus ciendis quam diametri apparentes æquarentur inter ſe, forent horum vires abſolutæ ut magnitudines (per Coroll. 14. Prop. lxvi.) At lunaris effectus eſt ad effectum Solis, ut $5\frac{1}{3}$ ad 1 circiter: & diameter minor, in ratione $31\frac{1}{2}$ ad $32\frac{1}{5}$, ſeu 45 ad 46. Augenda eſt autem vis Lunæ in ratione effectus directè, inque ratione triplicatâ diametri inversè: eoque pacto fiet vis Lunæ collata cum ipſius magnitudine ad vim Solis collatam cum hujus magnitudine, ut $5\frac{1}{3}$ ad 1 ſemel, & 45 ad 46 ter; id eſt ut $5\frac{7}{10}$ ad 1 circiter. Habet igitur Luna vim abſolutam centripetam majorem in ratione $5\frac{7}{10}$ ad 1 pro magnitudine corporis ſui, quàm Sol pro magnitudine ſui; adeoque denſior eſt in eâdem ratione. Corpus Lunare eſſe quaſi ſextuplo denſius quam Solare.

Tempore

Lunam densiorem est Terrâ nostrâ in ratione 3 ad 2 circiter.

Tempore $27^{d.}\ 7^{h.}\ 43'$, quo Luna revolvitur circa Terram, revolvi poſſet Planeta circa Solem ad diſtantiam 18,954 diametrorum Solis ab ipſius centro, poſito quod Solis diameter mediocris apparens ſit $32'\frac{1}{4}$. Hoc tempore revolvi poſſet Luna circa terram quieſcentem ad diſtantiam 30 diametrorum terreſtrium. Si idem eſſet numerus diametrorum in utroque caſu, foret vis abſoluta circumterreſtris ad vim abſolutam circumſolarem, ut magnitudo Terræ ad magnitudinem Solis (per. Coroll. 2. Prop. lxxii.) Quoniam plures ſunt diametri terreſtres in ratione 30 ad 18,954, minus erit corpus Telluris in ratione illâ triplicatâ, hoc eſt in ratione $3\frac{28}{29}$ ad 1. Eſt igitur vis Telluris pro magnitudine corporis ſui ad vim Solis pro magnitudine ſui ut $3\frac{28}{29}$ ad 1, atque adeo denſitas Terræ ad denſitatem Solis in eâdem ratione. Cum igitur denſitas Lunæ ſit ad denſitatem Solis ut $5\frac{7}{10}$ ad 1, erit denſitas Lunæ ad denſitatem Terræ ut $5\frac{7}{10}$ ad $3\frac{28}{29}$, ſeu 23 ad 16. Unde cum magnitudo Lunæ ſit ad magnitudinem Terræ ut 1 ad $41\frac{1}{2}$ circiter, erit vis abſoluta centripeta Lunæ ad vim abſolutam centripetam Terræ, ut 1 ad 29 circiter; nec non quantitas materiæ in Lunâ ad quantitatem materiæ in Terrâ, in eâdem ratione. Hinc datur commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ exactiùs quàm ante: quo cognito licebit

jam

jam distantiam Lunæ a Terrâ magis accuratè colligere. Sed malim expectare donec proportio corporum Lunæ ac Terræ ad invicem ex phænomenis æstus marini determinetur exactius: sperans etiam interea confore ut ambitus Terræ ex majoribus stationum intervallis mensuretur, quàm hactenus a quoquam factum fuit.

De fixarum distantiâ.

Hactenus exposui Systema Planetarum. Stellas autem fixas immensis intervallis ab hoc Systemate distare colligitur ex defectu parallaxeos annuæ. Hanc minuto primo minorem esse certissimum est, & propterea distantias Fixarum superare distantiam Saturni a Sole, vicibus plusquam 360. Qui Terram Planetis & Solem Fixis annumerant, longius amovebunt Fixas argumentis sequentibus. Ex Telluris motu annuo oriri debet translatio Fixarum inter se parallaxi duplicatæ propemodum æqualis. At Stellæ majores & propiores, respectu ulteriorum quæ per Telescopia solummodo visuntur, nondum moveri notantur. Demus motum eorum minorem esse minutis viginti secundis, & distantia fixarum proximarum superabit mediocrem distantiam Saturni vicibus 2000. Rursus Saturnus disco suo 17″, vel 18″, lato excipit $\frac{1}{2100000000}$ partem circiter lucis Solaris. Namque tanto minor est discus ille superficie totâ sphæricâ orbis Saturnii. Si Saturnus reflectere supponatur quasi partem quartam hujus

hujus lucis, lux tota quæ ab ejus hemiſphærio lucido reflectitur, erit quaſi $\frac{1}{4200000000}$ pars lucis totius manantis ab hemiſphærio Solis. Ergo cum lux rareſcat in duplicatâ ratione diſtantiæ corporis lucentis, ſi Sol magis diſtaret quam Saturnus vicibus $10000 \times \sqrt{42}$, hic appareret æque lucidus ac jam Saturnus apparet, abſque annulo ſuo; atque adeò paulo lucidior foret quàm Stella fixa primæ magnitudinis. Ponamus igitur diſtantiam quâ Sol luceret ut Fixa majorem eſſe quàm diſtantia Saturni quaſi vicibus 100000, & ipſius diameter apparens erit $7'''''.16''''''$. parallaxis autem a Terræ motu annuo orta $13''''$. Atque tanta erit diſtantia, diameter apparens & parallaxis Fixarum magnitudinis primæ, Soli noſtro quoad magnitudinem & lucem æqualium. Fingere quidem licet partem bene magnam lucis Fixarum, in tranſitu ſuo per tanta ſpatia, ſiſti & interire, adeoque Fixas propius admoveri debere: verum hac ratione Fixæ ulteriores vix conſpici poſſent. Demus verbi gratiâ tres quartas lucis partes interire in tranſitu a Fixis proximis ad nos, & partes tres quartæ bis interibunt in tranſitu per duplum ſpatium, ter in tranſitu per triplum, & ſic deinceps; adeoque Fixæ quæ ſunt duplo remotiores erunt ſexdecim vicibus obſcuriores, nimirum quadruplo obſcuriores ob diminutam diametrum apparentem, atque rurſus quadruplo obſcu-

obscuriores ob amissam lucem, & eodem argumento fixæ triplo remotiores erunt 9 x 4 x 4 seu 144 vicibus obscuriores, & fixæ quadruplo remotiores erunt 16 x 4 x 4 x 4 seu 1024 vicibus obscuriores. Tanta autem lucis diminutio cum phænomenis & hypothesi quòd fixarum diversæ sunt distantiæ, neutiquam consistit.

Cometas, quoties in conspectum veniunt, esse Jove propiores, probatur ex parallaxi in longitudinem.

Tantis igitur intervallis ab invicem distantia sidera nec trahent se mutuò sensibiliter, nec a Sole nostro trahentur. At Cometas vi circumsolari obnoxios esse necesse est: etenim ut defectus parallaxeos diurnæ extulit eos regionibus sublunaribus, sic ex parallaxi annuâ convincitur eorum descensus in regiones Planetarum. Nam Cometæ qui progrediuntur secundum ordinem signorum sunt omnes, sub exitu apparitionis, aut solito tardiores aut retrogradi, si Terra est inter ipsos & Solem; at justo celeriores, si Terra vergit ad oppositionem. Et è contra, qui pergunt contra ordinem signorum sunt justo celeriores in fine apparitionis, si Terra versatur inter ipsos & Solem, & justo tardiores vel retrogradi, si Terra sita est ad contrarias partes. Contingit hoc maximè ex motu Terræ in vario situ. Si Terra pergit ad eandem partem cum Cometâ & celerius fertur, Cometa fit retrogradus; si tardiùs, fit saltem tardior; & Terra pergente ad contrarias partes, celerior. Et colligendo dif-

ferentias inter motus celeriores & tardiores, atque summas motuum celeriorum & retrogradorum, easque cum situ & motu Terræ ex quibus oriuntur conferendo, prodiit mihi ex hac parallaxi distantia Cometarum quo tempore nudis oculis videri desinunt, minor semper quàm distantia Saturni, & utplurimum minor quàm distantia Jovis.

Probatur ex parallaxi in latitudinem.

Idem colligitur ex curvaturâ viæ Cometarum. Pergunt hæc corpora propemodum in circulis maximis, quamdiu moventur celerius; at in fine cursus, ubi motus apparens a parallaxi oriundus majorem habet proportionem ad motum totum apparentem, deflectere solent ab his circulis, & quoties Terra movetur in unam partem, abire in partem contrariam. Oritur hæc deflexio maximè ex parallaxi, propterea quòd respondet motui Terræ; & insignis ejus quantitas meo computo collocavit disparentes Cometas satis longe infra Jovem. Unde consequens est quòd in perigæis & periheliis, ubi propius adsunt, descendant sæpius infra orbes Martis & inferiorum Planetarum.

Probatur aliter ex parallaxi.

Confirmatur præterea tanta propinquitas ex parallaxi orbis annui, quatenus ea præterpropter colligitur per hypothesin quòd Cometæ moventur uniformiter in lineis rectis. Nota jam est methodus (a *Keplero* tentata, a *Wallisio* & *Wrennio* prefecta)

perfecta) colligendi distantiam Cometæ juxta hanc hypothesin ex quatuor observationibus: & Cometæ ad hanc regularitatem reducti transire solent per medium regionis Planetarum. Ut Cometæ annorum 1607 & 1618 inter Solem & Terram definiente *Keplero*; ille anni 1664 infra orbem Martis, & iste anni 1680 infra orbem Mercurii, definientibus *Wrennio* & aliis. Per similem hypothesin rectilineam, *Hevelius* Cometas omnes quorum observationes extant, locavit infra orbem Jovis. Errant igitur & absque calculo Astronomico loquuntur, qui ex regulari motu Cometarum vel ablegant eos in regiones Fixarum, vel motum Telluri denegant; cum non possint eorum motus ad omnimodam regularitatem satis reduci nisi ex admisso transitu per regiones Telluri moventi vicinas. Et hæc sunt argumenta ex parallaxi, quatenus ea absque exactâ cognitione orbium & motuum Cometarum determinari possit.

Confirmatur etiam propinquitas Cometarum ex luce capitum. Nam corporis cœlestis a Sole illustrati & in regiones longinquas abeuntis diminuitur splendor in quadruplicatâ ratione distantiæ; in duplicatâ ratione ob auctam distantiam a Sole, & in alia duplicatâ ratione ob diminutam apparentem diametrum. Inde intelligitur quod Saturnus ob duplam distantiam & dimidiam fere

Ex luce capitum probatur Cometas descendere ad orbem Saturni.

 diame-

diametrum apparentem apparere debet quaſi 16 vicibus obſcurior quàm Jupiter, & quòd ſi diſtantia ejus eſſet quadruplo major, foret lux ejus 256 vicibus minor, adeoque nudis oculis cerni vix poſſet. Cometæ autem non rarò æquant Saturnum luce ſuâ, nec tamen ſuperant ipſum diametris apparentibus. Cometa anni 1678, juxta obſervationem *Hookii*, æquabat luce ſuâ fixas primæ magnitudinis, & caput ejus ſeu Stella in medio comæ, per teleſcopium pedum quindecim viſum, apparebat æque lucidum ac Saturnus propè Horizontem, diameter verò capitis erat ſolummodo 25″, id eſt eadem fere cum diametro circuli æquantis Saturnum cum annulo. Coma capiti circumfuſa erat quaſi decuplo latior, nimirum $4\frac{1}{6}$ min. Rurſus Cometæ anni 1682 minima capillitii diameter, per tubum ſexdecim pedum a *Flamſtedio* obſervata & micrometro menſurata, æquabat 2′. 0″. Nucleus autem ſeu Stella in medio vix decimam partem latitudinis hujus occupabat, adeoque lata erat tantum 11″ vel 12″; Luce verò & claritate capitis ſuperabat Cometam anni 1680, Stellaſque primæ vel ſecundæ magnitudinis æmulabatur. Adde quòd Cometa anni 1665 menſe *Aprili*, ut author eſt *Hevelius*, claritate ſuâ pene fixas omnes ſuperabat, quinetiam ipſum Saturnum, ratione coloris videlicet longe vividioris. Quippe lucidior

lucidior erat hic Cometa altero illo, qui in fine anni præcedentis apparuerat & cum Stellis primæ magnitudinis conferebatur. Latitudo capillitii erat quaſi 6′, at nucleus cum Planetis ope Tubi optici collatus, planè minor erat Jove, & nunc minor corpore intermedio Saturni, nunc ipſi æqualis judicabatur. Adde annulum, & Saturni facies jam dupla erit, lux verò haud intenſior quàm Cometæ, proindeque Cometa propior erat Soli quam Saturnus. Ex proportione nuclei ad capillitium his obſervationibus patefactâ, & latitudine quæ rarò ſuperat 8′ vel 12′, patet Stellas cometarum, ut plurimum, ejuſdem eſſe apparentis magnitudinis cum Planetis; lucem verò interea cum luce Saturni non rarò conferri poſſe, eamque aliquando ſuperare. Et inde diſtantias eorum in periheliis vix eſſe majores quàm Saturni. In diſtantiâ duplo majore lux foret quadruplo minor, & fuſco pallore tantum cederet luci Saturni, quantum lux hujus cedit ſplendori Jovis: quæ differentia facilè notari poſſet. In diſtantiâ verò decuplo majore corpora eorum ſuperarent corpus Solis, lux autem cederet luci Saturni vicibus centum. Inque diſtantiis majoribus corpora longe ſuperarent Solem, at in tenebris profundis conſtituta non amplius cernerentur. Tantum abeſt ut Sole noſtro in Fixis numerato Cometæ ad medias regiones

inter

inter Solem & Fixas amoveantur. Ibi certè non multo magis illustrari deberent a Sole quàm nos illustramur a maximâ Fixarum.

Ut & longè infra orbem Jovis, & quandoque infra orbem Terræ.

Hæc disputavimus non considerando obscurationem Cometarum per fumum illum maximè copiosum & crassum, quo caput circundatur, quasi per nubem obtusè semper lucens. Nam quanto obscurius redditur corpus per hunc fumum, tanto propius ad Solem accedat necesse est, ut copia lucis a se reflexæ Planetas æmuletur. Inde verisimile fit Cometas longe infra sphæram Saturni descendere, ut ex parallaxi probavimus. Idem verò quam maximè confirmatur ex caudis. Hæ vel ex reflexione fumi sparsi per æthera, vel ex luce capitis oriuntur. Priore casu minuenda est distantia Cometarum, ne fumus a capite semper ortus per spatia nimis ampla incredibili cum velocitate & expansione propagetur. Posteriore referenda est lux omnis tam caudæ quam capillitii ad nucleum capitis. Quòd si imagineris lucem hanc omnem congregari & intra discum nuclei coarctari, nucleus ille jam certè, quoties caudam maximam & fulgentissimam emittit, Jovem ipsum splendore suo multum superabit. Minore igitur cum diametro apparente plus lucis emittens, multò magis illustrabitur a Sole, adeoque erit Soli multò propior. Sic Cometa anni 1679, *Decembris* 12 & 15 Stylo veteri, quo

tempore

tempore caudam clarissimam emittebat, & luci multorum Jovium per tantum spatium diffusæ ac dilatatæ non imparem; magnitudine nuclei (ut observabat *Flamstedius*) cedebat Jovi, adeoque erat Soli longe vicinior. Quinimo minor erat Mercurio: nam die 17 mensis hujus, ubi Terræ propior erat, apparuit *Cassino* per telescopium pedum 35, paulo minor globo Saturni. Die octavo mensis hujus tempore matutino vidit *Hallejus* caudam perbrevem & latam & quasi ex corpore Solis jamjam orituri exeuntem, ad instar nubis insolito more fulgentis, nec prius disparentem quam Sol ipse inciperet supra horizontem conspici. Superabat igitur hic splendor lucem nubium usque ad ortum Solis, & immediato Solis splendori solum cedendo vincebat longe lucem omnium Stellarum conjunctim. Non Mercurius, non Venus, non ipsa Luna in tanta Solis orientis vicinitate cerni solet. Fingas lucem hancce dilatatam congregari, & in orbem nuclei Cometici Mercurio minorem coarctari: & splendore longe fortiori jam reddita magis conspicua, Mercurium longe superabit, adeoque erit Soli vicinior. Diebus 12 & 15 ejusdem mensis, cauda hæc per spatium longe majus diffusa apparuit rarior, at luce tamen adeo forti, ut Stellis fixis vixdum apparentibus cerneretur, & mox trabis mirum in modum fulgentis speciem

exhibuit. Ex longitudine quadraginta vel quinquaginta graduum & latitudine duorum quantitatem lucis totius computes.

Idem probatur ex inſigni ſplendore caudarum in viciniâ Solis.

Confirmatur verò tantus Cometarum ad Solem acceſſus, ex ſitu eorum ubi maximè fulgent. Nam capite per Solem tranſeunte, & ſub radiis Solaribus adhuc latente, narrantur caudæ omnium fulgentiſſimæ de horizonte ad modum trabium ignearum exiiſſe, dein capite in conſpectum veniente & longius a Sole recedente, ſplendorem ſemper minui & in pallorem viæ lacteæ ſimilem, ſed imprimis multò magis conſpicuam, poſtea verò langueſcentem abire. Talis erat ardentiſſimus ille Cometa ab *Ariſtotele* deſcriptus *lib.* 1 *Meteor.* 6. cujus caput primo die non conſpectum eſt, eo quod ante Solem vel ſaltem ſub radiis Solaribus occidiſſet, ſequente verò die quantum potuit viſum eſt. *Nam quam minimâ fieri poteſt diſtantiâ, Solem reliquit & mox occubuit.* Ob nimium ardorem, caudæ ſcilicet, nondum apparebat capitis ſparſus ignis, ſed *procedente tempore* (ait *Ariſtoteles*) *cum* cauda *jam minus flagraret, reddita eſt* capiti *Cometæ ſua facies. Et ſplendorem ſuum ad tertiam uſque cœli partem,* id eſt ad 60$^{gr.}$, *extendit. Apparuit autem tempore hyberno, & aſcendens uſque ad cingulum* Orionis *ibi evanuit.* Ejuſdem generis Cometas duos *Juſtinus lib.*

lib. 37 describit, quos ait ita luxisse *ut Cœlum omne conflagrare videretur, & magnitudine sui quartam Cœli partem occupasse, & fulgore sui Solis nitorem vicisse.* Quibus ultimis verbis juxtapositio ardoris Cometici & Solis orientis vel occidentis insinuatur. Accedit Cometa anni 1101, vel 1106, cujus Stella erat parva & obscura ut ille anni 1680, *sed splendor qui ex eâ exivit valde clarus & quasi ingens trabs ad Orientem & Aquilonem tendebat,* ut habet *Hevelius* ex *Simeone Dunelmensi Monacho:* Apparuit initio mensis *Feb.* circa vesperum ad occasum Solis brumalem. Inde & ex situ caudæ colligitur caput fuisse Soli vicinum. *A Sole,* inquit *Matthæus Parisiensis, distabat quasi cubito uno, ab horâ tertiâ,* rectius sextâ, *usque ad horam nonam radium ex se longum emittens.* Cometa anni 1264 mense *Julio* aut circa Solstitium præcedebat Solem orientem, magna luce usque ad medium Cœli versus occidentem radios suos emittens. Et initio paulum ascendebat supra horizontem, sed progrediente Sole discedebat indies ab horizonte donec tandem ipsum Cœli medium præteriret. Dicitur autem fuisse principiò magnus & clarus comam habens latam, quæ de die in diem cœpit deficere. Describitur autem in *Append. Matth. Paris. Hist. Angl.* in hunc modum. *A. C.* 1265 *apparuit*

Cometa tam notabilis ut nullus tunc vivens viderit talem prius. Ab oriente enim cum magno fulgore ſurgens, uſque ad medium Hemiſphærii verſus occidentem omnia perlucidè pertrahebat. Anno 1401 vel 1402 Sole infra horizontem demerſo apparüit in occidente *Cometa lucidus ac clarus, comam erectam explicans ignis flammantis ſpecie, non ſecus ac haſtam ab occaſu in ortum radios jaculans, a Sole infra horizontem demerſo propriis radiis effuſis omnes orbis Terræ terminos coluſtrabat, nec aliis Stellis lumen exſerere concedebat, aut aerem noctis umbrâ infuſcari: quod ejus lumen aliorum ſplendorem vinceret, & ad Cœli verticem flammans protenderetur quamdiu ſupra horizontem extabat, &c. Hiſt. Byzant. Ducæ Michaelis Nepotis, cap.* 16. Ex ſitu caudæ & tempore hujus primæ apparitionis colligitur caput tunc fuiſſe vicinum Soli, & indies a Sole receſſiſſe: nam Cometa ille tres menſes perduravit. Anno 1527, *Aug.* 11, circa horam quartam matutinam viſus eſt per totam fere *Europam* Cometa terrificus in *Leone*, duravitque per horam unam & quadrantem quotidiè flagrans. A ſubſolano ortus eſt verſuſque meridiem & occidentem aſcendit longitudine immensâ; ſub ſeptentrione autem maximè conſpicuus fuit, & nube (id eſt caudâ) terribilis deſcribitur, ex mente plebis for-

mam habens brachii incurvati cum gladio ingentis magnitudinis. Anno 1618 diebus extremis *Novembris* increbuit rumor apparere sub ortum Solis trabem candidam, quæ fuit nimirum cauda Cometæ, capite adhuc intra radiorum claritatem delitescente. *Novemb.* 24 & deinceps visus est Cometa clarâ luce capite & caudâ clarissimis. Longitudo caudæ quæ primum graduum erat 20, vel 30, crevit usque ad *Decemb.* 9, quando evaserat graduum 75, at luce dilutiore semper & rariore quam sub initio. Anno 1668, *Mart.* 5, *st. n.* hora septimâ vesp. *Pater Valentinus Estancius Brasiliæ* agens Cometam vidit horizonti proximum ad occasum Solis brumalem capite minimo & vix conspicuo, caudâ verò supra modum fulgente ut stantes in litore speciem ejus e mari reflexam facile cernerent. Tantus autem splendor tres solum dies durabat, subinde notabiliter decrescens; cauda sub initio ab occidente in austrum vergens & horizonti fere parallela speciem habebat trabis splendentis longitudine 23 graduum. Postea verò luce decrescente aucta est magnitudine quoad usque Cometa apparere desiit. Unde & *Cassinus Bononiæ Martii* 10, 11, & 12, de horizonte exeuntem vidit ad longitudinem graduum 32. In *Portugallia* verò quartam fere Cœli partem id est gradus 45, occupasse dicitur ab occidente

in orientem ſplendore cum inſigni protenta, nec tamen tota apparuit, capite ſemper in his regionibus infra horizontem deliteſcente. Ex incremento caudæ manifeſtum eſt quod caput a Sole receſſit, eique proximum fuit ſub initio ubi cauda maximè ſplendebat. His omnibus adde Cometam anni 1680, cujus inſignem ſplendorem in conjunctione capitis cum Sole jam ante deſcripſi. Arguit autem tantus ſplendor Cometas hujus generis reverà tranſire per fontem luminis, præſertim cùm caudæ nunquam ita luceant in oppoſitione Solis, neque ibi legantur trabes igneæ apparuiſſe.

Probatur ex luce capitum quatenus ea cæteris paribus major eſt in viciniâ Solis.

Idem denique colligitur ex luce capitum creſcente in receſſu Cometarum a Terrâ Solem verſus, ac decreſcente in eorum receſſu a Sole verſus Terram. Sic enim Cometa poſterior anni 1665, obſervante *Hevelio,* ex quo conſpici cœpit, remittebat ſemper de motu ſuo, adeoque præterierat perigæum, ſplendor verò capitis nihilominus indies creſcebat uſque dum Cometa radiis Solaribus obtectus deſiit apparere. Cometa anni 1683, obſervante eodem *Hevelio,* in fine menſis *Julii,* ubi primum conſpectus eſt, tardiſſimè movebatur minutos primos 40 vel 45 circiter ſingulis diebus in orbe ſuo conficiens. Ex eo tempore motus ejus diurnus perpetuo augebatur uſque ad *Sept.* 4, quando evaſit graduum

duum quasi quinque. Igitur toto hoc tempore Cometa ad Terram appropinquabat: Id quod etiam ex diametro capitis micrometro mensuratâ colligitur, quippe quam *Hevelius* reperit *Aug.* 6, esse tantum 6′, 5″, inclusâ comâ, at *Sept.* 2, esse 9′, 7″. Caput igitur initio longè minus apparuit quàm in fine motus: at initio tamen in viciniâ Solis longe lucidius extitit quam circa finem, ut refert idem *Hevelius*. Proinde toto hoc tempore ob recessum ipsius a Sole quoad lumen decrevit non obstante accessu ad Terram. Cometa anni 1618 circa medium mensis *Decembris*, & iste anni 1680, circa finem ejusdem mensis celerrimè movebantur adeoque tunc erant in perigæis: verum splendor maximus capitum contigit ante duas fere septimanas ubi modo exierant de radiis solaribus, & splendor maximus caudarum paulo ante in majore vicinitate Solis. Die 12 mensis *Decembris* conspectum, & a *Flamstedio* observatum est caput Cometæ posterioris in distantiâ novem graduum a Sole, id quod Stellæ tertiæ magnitudinis vix concessum fuisset. *Decemb.* 15, & 17, apparuit idem ut Stella tertiæ magnitudinis, diminutum utique splendore nubium juxta Solem occidentem. *Decem.* 26, velocissimè motus, inque Perigæo propemodum existens cedebat *Ori Pegasi* Stellæ tertiæ magnitudinis; *Jan.* 3, ap-

parebat

parebat ut Stella quartæ; *Jan.* 9, ut Stella quintæ; *Jan.* 13, ob splendorem Lunæ crescentis disparuit; *Jan.* 25, vix æquabat Stellas magnitudinis septimæ. Caput verò Cometæ prioris juxta observationes *Cysati*, *Decem.* 1, majus videbatur Stellis primæ magnitudinis, & *Decem.* 16, (jam in Perigæo existens) magnitudine parvum, splendore seu claritate luminis plurimum defecerat. *Jan.* 7, *Keplerus* de capite incertus finem fecit observandi. Si sumantur æqualia a perigæo hinc inde tempora, capita in longinquis regionibus posita luxissent ante & post æqualiter, id adeo ob æquales distantias a Terrâ. Quod uno casu maximè luxerunt, altero evanuerunt, vicinitati Solis in priore casu, distantiæ ejus in posteriore ascribendum est. Et ex magnâ illâ lucis utriusque differentiâ concluditur magna vicinitas in priore. Nam lux Cometarum regularis esse solet & maxima apparere ubi capita velocissime moventur; atque adeo sunt in perigæis, nisi quatenus ea major est in viciniâ Solis.

Idem confirmatur ex magno numero Cometarum visorum in regione Solis.

Ex his intellexi tandem cur Cometæ tantopere frequentent regionem Solis. Si cernerentur in regionibus longe ultra Saturnum, deberent sæpius apparere in partibus Soli oppositis. Forent enim Terræ viciniores qui in his partibus versarentur, & Sol interpositus obscuraret cæteros. Verùm percurrendo historias Cometarum

rum reperi quod quadruplo vel quintuplo plures detecti ſunt in hemiſphærio Solem verſus, quam in hemiſphærio oppoſito, præter alios proculdubio non paucos quos lux Solaris obtexit. Nimirum in deſcenſu ad regiones noſtras neque caudas emittunt neque adeo illuſtrantur à Sole ut nudis oculis ſe prius detegendos exhibeant, quàm ſint ipſo Jove propiores. Spatii autem tantillo intervallo circa Solem deſcripti pars longe major ſita eſt a latere Terræ quod Solem reſpicit, inque parte illa majore Soli utplurimum viciniores magis illuminari ſolent. Per orbium quoque inſignem excentricitatem fit ut Apſides imæ ſint Soli longè propiores quàm ſi revolutiones in circulis Soli concentricis peragerentur.

Confirmatur etiam ex caudis majoribus & ſplendidioribus poſt conjunctionem capitum cum Sole quam antea.

Hinc etiam intelligimus quare Cometarum caudæ in capitibus ad Solem properantibus raræ ſemper & breves apparent, & vix longitudinem graduum 15 vel 20 ſuperaſſe leguntur, at in receſſu capitum a Sole fulgent ſæpe ad inſtar trabium ignitarum, & mox ad gradus 40, 50, 60, 70, & ultra, in longum porriguntur. Oritur utique tantus caudarum ſplendor tantaque longitudo ex calore Solis Cometam prætereuntem calefaciente. Et inde colligere videor Cometas omnes, quorum tales ſunt caudæ, tranſiiſſe per viciniam Solis.

Inde

Caudas oriri ex atmosphæris Cometarum.

Inde etiam colligere licet quod caudæ oriantur ex atmosphæris capitum. Est autem de caudâ opinio triplex; eam vel jubar esse Solis per translucidum Cometæ caput propagatum, vel oriri ex refractione lucis in progressu ipsius a capite Cometæ in Terram, vel denique nubem esse seu vaporem a capite Cometæ jugiter surgentem & abeuntem in partes a Sole adversas. Opinio prima eorum est qui nondum imbuti sunt scientiâ rerum opticarum. Nam jubar Solis in cubiculo tenebroso non cernitur nisi quatenus lux reflectitur a pulverum & fumorum particulis per aerem semper volitantibus: adeoque in aere fumis crassioribus infecto splendidius est & sensum fortius ferit, in aere clariore tenuius & ægre sensibile; in cœlis autem absque materiâ reflectente nullum esse potest. Lux non cernitur quatenus in jubare est, sed quatenus inde reflectitur ad oculos nostros. Nam visio non fit nisi per radios qui in oculos impingunt. Requiritur igitur materia aliqua reflectens in regione caudæ, & eâ ratione res redit ad opinionem tertiam. Nam materia illa reflectens non alibi reperiri debet quam in regione caudæ, ne Cœlum totum luce Solis illustratum uniformiter splendeat. Opinio secunda multis premitur difficultatibus. Caudæ nunquam variegantur coloribus; qui tamen refractionum solent

ſolent eſſe comites inſeparabiles. Lux Fixarum & Planetarum diſtinctè ad nos tranſmiſſa demonſtrat medium cœleſte nullâ vi refractivâ pollere. Nam quod dicitur Fixas ab *Ægyptiis* comatas nonnunquam viſas fuiſſe, id quoniam rariſſimè contingit, aſcribendum eſt nubium refractioni fortuitæ. Fixarum quoque radiatio & ſcintillatio ad refractiones tum oculorum tum aeris tremuli referendæ ſunt; quippe quæ admotis oculo teleſcopiis evaneſcunt. Aeris & aſcendentium vaporum tremore fit ut radii facile de anguſto pupillæ ſpatio per vices detorqueantur, de latiore autem vitri objectivi apertura neutiquam. Inde eſt quod ſcintillatio in priore caſu generetur, in poſteriore verò ceſſet: & ceſſatio in poſteriore caſu demonſtrat regularem tranſmiſſionem lucis per Cœlos abſque omni refractione ſenſibili. Nequis contendat quod caudæ non ſoleant videri in Cometis, cum eorum lux non eſt ſatis fortis, quia tunc radii ſecundarii non habent ſatis virium ad oculos movendos; & propterea caudas Fixarum non cerni; ſciendum eſt quod lux Fixarum plus centum vicibus augeri poteſt mediantibus teleſcopiis, nec tamen caudæ cernuntur. Planetarum quoque lux copioſior eſt, caudæ vero nullæ: Cometæ autem ſæpe caudatiſſimi ſunt ubi capitum lux tenuis eſt & valde obtuſa. Sic enim

Cometa anni 1680, menſe *Decembri*, quo tempore caput luce ſuâ vix æquabat Stellas ſecundæ magnitudinis, caudam emittebat ſplendore notabili uſque ad gradus 40, 50, 60, longitudinis & ultra: poſtea *Jan.* 27 & 28, caput apparebat ut Stella ſeptimæ tantum magnitudinis, cauda vero luce quidem pertenui at ſatis ſenſibili longa erat 6 vel 7 gradus, & luce obſcuriſſima quæ cerni vix poſſet porrigebatur ad gradum uſque duodecimum vel paulo ultra. Sed & *Feb.* 9 & 10, ubi caput nudis oculis videri deſierat, caudam gradus duos longam per teleſcopium contemplatus ſum. Porro ſi cauda oriretur ex refractione materiæ cœleſtis, & pro figurâ cœlorum deflecteretur de Solis oppoſitione, deberet deflexio illa in iiſdem Cœli regionibus in eandem ſepmer partem fieri. Atqui Cometa anni 1680 *Decemb.* 28, hora $8\frac{1}{2}$ p. m. *Londini*, verſabatur in ♓. 8°. 41′, cum latitudine boreali 28°. 6′. Sole exiſtente in ♑. 18°. 26′. Et Cometa anni 1577, *Decemb.* 29, verſabatur in ♓. 8°. 41′, cum latitudine boreali 28°. 40′, Sole etiam exiſtente in ♑. 18°. 26′, circiter. Utroque in caſu Terra verſabatur in eodem loco, & Cometa apparebat in eâdem Cœli parte: in priori tamen caſu cauda Cometæ, ex meis & aliorum obſervationibus, declinabat angulo graduum $4\frac{1}{2}$ ab oppoſitione Solis aquilonem

quilonem versus, in posteriore vero, ex observationibus *Tychonis*, declinatio erat graduum 21 in austrum. Igitur repudiatâ cœlorum refractione superest ut phænomena caudarum ex materiâ aliquâ reflectente deriventur. Vapores autem qui spatiis tam immensis implendis sufficiant, ex Cometarum atmosphæris oriri posse sic facile intelligetur.

Aeris & vaporum immensam esse raritatem in spatiis cœlestibus: & perexiguam vaporum quantitatem ad phænomena caudarum sufficere.

Aer juxta superficiem terræ spatium occupare noscitur quasi 1200 vicibus majus quam aqua ejusdem gravitatis, adeoque aeris columna cylindrica pedes 1200 alta, ejusdem est ponderis cum aquæ columnâ pedali latitudinis ejusdem. columna autem aeris ad summitatem atmosphæræ assurgens æquat pondere suo columnam aquæ pedes 33 altam circiter, & propterea si columnæ totius aereæ pars inferior pedum 1200 dematur, pars reliqua superior æquabit pondere suo columnam aquæ pedum 32. Igitur in altitudine pedum 1200 seu stadiorum duorum, est pondus aeris incumbentis minus; atque adeo raritas aeris compressi major quam juxta superficiem Terræ in proportione 33 ad 32. Quo cognito computare jam licet raritatem aeris per regiones universas (subsidio Corollarii Propositionis xxii *Libri secundi Principiorum*) ex hypothesi quod aeris expansio sit compressioni reciproce proportionalis: comprobata est enim hæc pro-

 portio

portio tum *Hookii* tum aliorum Experimentis. Computationem ſubjunximus in tabulâ ſequente, ubi columna prima deſignat altitudinem aeris in milliaribus quorum 4000 æquent ſemidiametrum Terræ; ſecunda compreſſionem aeris ſeu pondus incumbens, ac tertia raritatem ſeu extenſionem aeris ejuſdem, poſito quod gravitas decreſcat in ratione duplicatâ diſtantiarum a centro Terræ. Latinorum vero characteres numerales hic uſurpantur pro certo circulorum numero, ut ſcribendo 0,XVII 1224 pro 0,000000000000000001224 & 26956XV pro 26956000000000000000.

AERIS

Altitudo.	Compreſſio.	Exporrectio.
0	33	1
5	17,8515	1,8486
10	9,6717	3,4151
20	2,852	11,571
40	0,2525	136,83
400	0,XVII 1224	26956 XV
4000	0,CV 4465	73907 CII
40000	0,CXCII 1628	20263 CLXXXIX
400000	0,CCX 7895	41798 CCVII
4000000	0,CCXII 9878	33414CCIX
Infinita.	0,CCXII 6041	54622 CCIX

Ex

Ex hac tabulâ liquet aerem in progressu ad superiora rarefieri, ut aeris qui Terræ proximus est sphæra diametro digiti unius descripta, & eadem deinceps rarefactione dilatata, in altitudine semidiametri unius Terrestris, impleret omnes Planetarum regiones adusque sphæram Saturni & longè ultra; atque in altitudine decem semidiametrorum Terrestrium, impleret plus spatii quàm cœlum universum (juxta computationem superiorem) cis Fixas occupat. Et quamvis ob longe crassiorem Cometarum atmosphæram, magnamque vim centripetam circumsolarem, fieri possit ut aer in spatiis cœlestibus inque Cometarum caudis non adeo rarescat, perexiguam tamen quantitatem aeris & vaporum ad omnia illa caudarum phænomena abunde sufficere ex hac computatione perspicuum est: nam & caudarum insignis raritas colligitur ex astris translucentibus. Atmosphæra terrestris luce Solis splendens crassitudine paucorum milliarium & astra omnia & ipsam Lunam obscurat & extinguit penitus: per immensam verò caudarum crassitudinem luce pariter Solari illustratam astra minima absque claritatis detrimento translucere noscuntur.

Quo pacto Caudæ oriri possint ex atmosphæris capitum.

Ascensum caudarum ex atmosphæris capitum & progressum in partes a Sole aversas *Keplerus* ascribit actioni radiorum lucis materiam caudæ secum rapientium. Et auram longè tenuissimam in Spatiis liberrimis actioni radiorum cedere non

non eſt a ratione prorſus alienum, non obſtante quòd ſubſtantiæ craſſæ impeditiſſimis in regionibus noſtris, a radiis ſenſibiliter propelli nequeant. Author alius particulas tam leves quam graves dari poſſe exiſtimat, & materiam caudarum levitare, perque levitatem ſuam a Sole aſcendere. Cùm autem gravitas, corporum terreſtrium ſit ut materia in corporibus, adeoque ſervatâ quantitate materiæ intendi & remitti nequeat, ſuſpicor aſcenſum illum ex rarefactione materiæ caudarum oriri. Aſcendit fumus in camino impulſu aeris cui innatat. Aer ille per calorem rarefactus aſcendit ob diminutam gravitatem ſpecificam, & fumum implicatum rapit ſecum. Quidni cauda Cometæ ad eundem modum aſcenderit a Sole? Nam radii Solares non agitant Media quæ permeant niſi in reflexione & refractione. Particulæ reflectentes eâ actione calefactæ calefacient auram æthercam cui implicantur. Illa calore ſibi communicato rarefiet, & ob diminutam eâ raritate gravitatem ſuam ſpecificam quâ prius tendebat in Solem, aſcendet inſtar fluminis, & ſecum rapiet particulas reflectentes ex quibus cauda componitur: impetu etiam lucis ſolaris, ut jam dictum eſt, aſcenſum promovente.

Eaſdem ex his atmoſphæris oriri docetur ex ipſarum variis phænomenis.

Caudas autem a capitibus oriri & in regiones a Sole averſas aſcendere confirmatur præterea ex legibus quas obſervant. Ut quòd in planis

orbium

orbium Cometarum per Solem transeuntibus jacentes deviant ab oppositione Solis in eas semper partes quas capita in orbibus illis progredientia relinquunt. Quòd spectatori in his planis constituto apparent in partibus a Sole directè aversis, digrediente autem spectatore de his planis deviatio paulatim sentitur & indies apparet major. Quòd deviatio cæteris paribus minor est ubi cauda obliquior est ad orbem Cometæ, ut & ubi caput ad Solem propius accedit. Quòd caudæ non deviantes apparent rectæ, deviantes autem incurventur. Quòd curvatura major est ubi major est deviatio, & magis sensibilis ubi cauda cæteris paribus longior est: nam in brevioribus curvatura ægre animadvertitur. Quòd deviationis angulus minor est juxta caput Cometæ, major juxta caudæ extremitatem alteram, atque adeo quòd cauda convexo sui latere partes respicit a quibus fit deviatio, quæque in rectâ sunt lineâ a Sole per caput Cometæ in infinitum ductâ. Et quòd caudæ quæ prolixiores sunt & latiores, & luce vegetiore micant, sint ad latera convexa paulò splendidiores & limite minus indistincto terminatæ quam ad concava. Pendent igitur phænomena cudæ a motu capitis, non autem a regione cœli in quo caput conspicitur, & propterea non fiunt per refractionem calorum, sed a capite suppeditante mate-

riam oriuntur. Etenim ut in aere nostro fumus corporis cujusvis igniti petit superiora, idque vel perpendiculariter si corpus quiescat, vel oblique si corpus moveatur in latus; ita in cœlis ubi corpora gravitant in Solem, fumi & vapores ascendere debent a Sole, uti jam dictum est, & superiora vel rectà petere, si corpus fumans quiescit, vel obliquè si corpus progrediendo loca semper deserit a quibus superiores vaporis partes ascenderant. Et obliquitas ista minor erit ubi ascensus vaporis velocior est, nimirum in viciniâ Solis & juxta corpus fumans. Namque ibi potentior est vis illa Solaris quâ vapor ascendit. Ex obliquitatis autem diversitate incurvabitur vaporis columna, & quia vapor in columnæ latere præcedente paulò recentior est, ideo etiam is ibidem aliquanto densior erit, lucemque propterea copiosius reflectet, & limite minus indistincto terminabitur; vapore ad latus alterum paulatim languescente & ex oculis sensim evanescente.

Cometas infra orbem Mercurii quandoque descendere probatur ex caudis.

Cæterum rerum naturalium causas reddere non est hujus instituti: vera an falsa fuerint hæc quæ modo dicta sunt, id saltem in superioribus confecimus, radios a caudis Cometarum secundum lineas rectas per cœlos propagari, adeoque a partibus cœlorum venire in quibus caudæ spectatoribus ubicumque constitutis apparent,

apparent, quæque adeo a capitibus Cometarum in regiones a Sole averſas, porriguntur. Et hoc fundamento limitem denuò Cometarum diſtantiis in hunc modum ponimus. Repreſentet *S* Solem, *T* Terram, *STA* diſtantiam Cometæ a Sole, & *ATB* apparentem longitudinem caudæ. Et quoniam lux propagatur a termino caudæ ſecundum lineam rectam *TB*, reperietur terminus ille alicubi in lineâ *TB*. Sit ipſe punctum *D*, jungeque *DS*, ſecantem lineam *TA* in *C*. Et quia cauda ſemper opponitur Soli quamproximè, & propterea Sol, caput Cometæ, & terminus caudæ jacent in directum, reperietur caput Cometæ in *C*. Ipſi *TB* parallelam age *SA*, occurrentem lineæ *TA* in *A*, & Cometæ caput *C* neceſſariò reperietur inter *T* & *A*, eò quòd terminus caudæ reperitur alicubi in lineâ infinitâ *TB*, & lineæ omnes *SD* quæ ab *S* ad lineam *TB* duci poſſunt, ſecant lineam *TA* alicubi inter *T* & *A*. Quare Cometa non poteſt longius abeſſe a Terrâ quàm intervallo *TA*, nec a Sole quàm intervallo *SA* ultra Solem vel *ST* citra. Exempli gratiâ, *Decemb.* 12, 1680, Cometa diſtabat 9^{gr}. a Sole, & longitudo caudæ erat 35^{gr}. ad minimum. Conſtituatur ergo triangulum *TSA*, cujus angulus *T* æquetur diſtantiæ graduum 9, & angulus *A* angulo *ATB* ſeu longitudini caudæ graduum 35, & erit *SA* ad *ST*, id eſt limes maximæ poſſibilis diſtantiæ Cometæ a

Sole, ad ſemidiametrum orbis magni; ut ſinus anguli *T* ad ſinum anguli *A*, hoc eſt ut 3 ad 11 circiter. Quare Cometa eo tempore minus diſtabat a Sole quam $\frac{3}{11}$ partibus diſtantiæ Terræ a Sole, & propterea verſabatur aut intra orbem Mercurii aut inter orbem illum & Terram. Rurſus *Decemb.* 21 diſtantia Cometæ a Sole erat $32\frac{2}{3}$ gr. & longitudo caudæ 70 gr. Ergo ut ſinus $32\frac{2}{3}$ gr. ad ſinum 70 gr. hoc eſt ut 4 ad 7, ita erat limes intervalli inter Cometam & Solem ad diſtantiam Terræ a Sole, & propterea Cometa nondum exceſſerat orbe Veneris. *Decemb.* 28 diſtantia Cometæ a Sole erat 55 gr. & Longitudo caudæ 56 gr. Ergo limes intervalli inter Cometam & Solem nondum æquabat diſtantiam Terræ a Sole: & propterea Cometa nondum exceſſerat orbe Telluris. Ex parallaxi autem colligitur quod exceſſus ille incidit in *Jan.* 5, circiter, quodque Cometa deſcendebat longè infra orbem Mercurii. Concedamus ipſum in perihelio fuiſſe *Decemb.* 8, quo tempore cum Sole conjungebatur, & in itinere a perihelio ad exitum de orbe Telluris, conſumentur dies 28, adeoque diebus viginti ſex vel ſeptem ſequentibus, quibus oculo inermi videri deſiit, vix duplicabat diſtantiam ſuam a Sole. Iiſdem argumentis limitando diſtantias aliorum Cometarum, pervenitur tandem ad hanc concluſionem, quòd Cometæ om-

nes, quamdiu se nobis ostendunt, versantur intra spatium sphæricum centro Sole & intervallo Solis ac Terræ vel duplicato vel ad summum triplicato descriptum.

Versantur igitur Cometæ toto apparitionis tempore intra sphæram activitatis vis circumsolaris, adeoque agitantur ipsius impulsu & propterea (per Coroll. 1. Prop. xiii. *Libri* 1. *Princip.*) describunt Conicas Sectiones umbilicos habentes in centro Solis, & radiis ad Solem ductis conficiunt areas proportionales temporibus. Nam vis illa in immensum propagata reget motus corporum longe ultra orbem Saturni.

Cometas moveri in Sectionibus Conicis umbilicum habentibus in centro Solis; & radiis ad centrum illud ductis areas describere temporibus proportionales.

Sectiones illas Conicas esse Parabolis finitimas Id ex velocitate Cometarum colligitur.

Cæterum de Cometis Hypothesis est triplex: eos vel generari & interire quoties apparent & evanescunt, vel de Fixarum regionibus venientes præterire Systema nostrorum Planetarum, vel denique circa Solem in orbibus valde excentricis perpetuo revolvi. Casu primo Cometæ pro variâ suâ velocitate movebuntur in Sectionibus quibuscunque Conicis, secundo movebuntur in Hyperbolis, utroque indifferenter frequentabunt regiones omnes tam Polorum quam Eclipticæ, tertio motus peragentur in Ellipsibus valde excentricis, & ad speciem Parabolarum quamproximè accedentibus; orbes autem, si lex Planetarum servetur, haud multum divaricabunt a plano Eclipticæ. Et quantum hactenus animadvertere potui, casus tertius obtinet. Nam Co-

metæ maximè frequentant Zodiacum, & vix unquam pertingunt ad latitudinem heliocentricam graduum quadraginta. Moventur etiam in orbibus quamproximè parabolicis, uti colligo ex eorum velocitate. Nam velocitas quâ Parabola deſcribetur, eſt ubivis ad velocitatem quâ Cometa vel Planeta in circulo ad eandem a Sole diſtantiam revolvi poſſet, in dimidiatâ ratione numeri binarii ad unitatem (per Coroll. 7. Prop. xvi.) Et meo quidem calculo talis circiter reperta eſt Cometarum velocitas. Rem examinavi colligendo præterpropter velocitates ex diſtantiis, ac diſtantias ex parallaxi & phænomenis caudæ conjunctim. Errores in velocitatis exceſſu vel defectu haud majores obvenere, quàm qui ex erroribus in diſtantiis eâ ratione collectis oriri potuerint. Sed & uſus ſum hujuſmodi ratiocinio.

Quanto tempore Cometæ in Trajectoriis Parabolicis percurrant orbem magnum.

Diviſo orbis magni Radio in partes mille, deſignent numeri in tabulæ ſequentis columnâ primâ diſtantiam verticis Parabolæ a centro Solis in his partibus, & Cometa temporibus in columnâ ſecundâ expreſſis movebitur a perihelio ad ſuperficiem ſphæræ quæ centro Sole & radio orbis magni deſcribitur, & temporibus in Coll. 3, 4, & 5 expreſſis duplicabit, triplicabit & quadruplicabit eandem ſuam a Sole diſtantiam.

TAB.

T A B. I.

Diſtantia inter centrum Solis & perihelium Cometæ.	Tempus tranſitus Cometæ a perihelio ad diſtantiam a Sole radio Orbis magni. Æqualem.	Duplicato æqualem.	Triplicato æqualem.	Quadruplicato æqualem.
	dies hor. min.	dies hor. min.	dies hor. min.	dies hor. min.
0	27. 11. 12	77. 16. 28	142. 17. 14	219. 17. 30
5	27. 16. 7	77. 23. 14		
10	27. 21. 0	78. 6. 24		
20	28. 6. 40	78. 20. 13	144. 03. 19	221. 8. 54
40	29. 1. 32	79. 23. 34		
80	30. 13. 25	82. 4. 56		
160	33. 5. 29	86. 10. 26	153. 16. 8	232. 12. 20
320	37. 13. 46	93. 23. 38		
640	37. 9. 49	105. 1. 28		
1280	. . . . . .	106. 06. 35	200. 6. 43	297. 3. 46
2560	. . . . . .	. . . .	147. 22. 31	300. 6. 03

Quo tempore Cometa ingreditur ſphæram orbis magni, vel de eâdem egreditur, innoteſcit præterpropter ex parallaxi; expeditius autem per hanc Tabulam.

Quo tempore Cometæ ingrediuntur orbem magnum, & egrediuntur eodem.

T A B. II.

Diſtantia apparens Cometæ a Sole.	Cometæ motus apparens diurnus in orbe ſuo. Directus.		Retrogradus.		Diſtantia Cometæ a Terrâ in partibus quarum 1000 ſunt radius orbis magni.
gr.	gr.	min.	gr.	min.	
60	2.	18	0.	20	1000
65	2.	33	0.	35	845
70	2.	55	0.	57	684
72	3.	7	1.	9	618
74	3.	23	1.	25	551
76	3.	43	1.	45	484
78	4.	10	2.	12	416
80	4.	47	2.	49	347
82	5.	45	3.	47	278
84	7.	18	5.	20	209
86	10.	27	8.	19	140
88	18.	37	16.	39	70
90	Infin.		Infin.		00

Quâ velocitate Cometæ anni 1680 orbem magnum trajecerint.

Incidit ingressus vel egressus in tempus distantiæ Cometæ a Sole in Columnâ primâ e regione motus diurni expressæ. Sic anno 1681 *Jan.* 4. *st. v.* motus diurnus apparens Cometæ in orbe ipsius erat quasi $3^{gr.}$ $5'$. Huic respondens distantia est $71\frac{2}{3}^{gr.}$ Et assecutus est Cometa hanc a Sole distantiam *Jan.* 4. circa horam sextam pomeridianam. Rursus anno 1680, *Novembris* 11, Cometæ qui tunc apparuit motus diurnus erat quasi $4\frac{2}{3}^{gr.}$ & huic respondens distantia $79\frac{2}{3}^{gr.}$ incidit in *Novemb.* 10, paulò ante mediam noctem. Hisce quidem temporibus Cometæ assecuti sunt distantiam quam habuit Terra a Sole, & Terra jam fere in perihelio versabatur. Computata est autem Tabula prior pro mediocri distantia Terræ a Sole assumpta partium 1000, & major est hæc distantia intervallo quod Terra quasi spatio diei unius motu suo annuo vel Cometa spatio horarum 16 motu suo percurrere potest. Ut Cometa reducatur ad mediocrem hanc distantiam partium 1000, addantur tempori priori & auferantur posteriori horæ sexdecim, & tempus prius evadet *Jan.* 4, horâ vespertinâ 10; posterius *Novemb.* 10, horâ matutinâ 6 circiter. Ex motuum diurnorum tenore & progressu colligitur quòd conjungebatur Cometa uterque cum Sole inter *Dec.* 7, & *Dec.* 9. Inde ad *Jan.* 4, hor.

10

10 vesp. ex unâ parte, & *Nov.* 10, hor. 6 mat. ex alterâ, sunt dies quasi 28. Atque tot dies (per Tab. I.) in trajectoriis Parabolicis consumi debebant.

Cometas hosce non fuisse duos sed unum & eundem Cometam. Quo orbe & qua velocitate hic cœlos trajecit docetur exactius.

Cæterum ex coincidentiâ periheliorum & velocitatum consensu verisimile fit, Cometas hosce, quos ut duos jam consideravi, non duos fuisse sed unum & eundem Cometam. Eâ lege orbita hujus Cometæ vel Parabola erit vel Conisectio a Parabolâ parum discrepans, & superficiem Solis propemodum tanget in vertice. Namque ex Tabula II. distantia Cometæ a Terrâ erat *Novemb.* 10, partium 360 circiter, & *Jan.* 4, partium 630 circiter. Inde & ex longitudinibus & latitudinibus Cometæ colligitur distantiam locorum a se invicem in quibus Cometa tunc versabatur, fuisse partium quasi 280. Hujus dimidium 140 est ordinatim applicata ad orbitam Cometæ abscindens partem axis ejus radio orbis magni, seu partibus 1000, æqualem circiter. Et inde dividendo quadratum ordinatæ 140 per axis partem abscissam 1000, invenietur latus rectum 19,6, seu numero rotundo 20: cujus pars quarta 5 est distantia inter verticem orbitæ & centrum Solis. Distantiæ partium 5 in Tabulâ primâ congruunt dies 27, horæ 16, min. 7. Tanto igitur tempore Cometa conficiet iter in orbe Parabolico inter perihelium suum

&

& ſuperficiem ſphæricam orbis magni radio partium 1000 deſcripti, atque adeo tempus illud duplicatum ſeu dies 55 & horas $8\frac{1}{4}$ conſumet motu ſuo toto intra orbem magnum. Atque ita ſe res habet. Namque a *Novemb.* 10, hor. 6 mat. quando Cometa hunc orbem ingreſſus eſt ad *Jan.* 4, hor. 10 veſp. quando is eodem egreſſus eſt ſunt dies 55 & horæ 16. Differentia horarum $7\frac{3}{4}$ in rudi hocce computo contemnenda eſt, & forte ex motu paulo tardius in orbitâ ellipticâ confecto oriri poteſt. Inter ingreſſum & egreſſum tempus medium incidit in *Decem.* 8. *hor.* 2 *mat.* Igitur hoc tempore debuit Cometa reperiri in perihelio. Et ecce *Hallejus* hoc ipſo die proximè ante ortum Solis caudam perbrevem latam & fulgentiſſimam, uti diximus, ex horizonte perpendiculariter ſurgentem vidit. Ex ſitu caudæ colligitur Cometam jam prætergreſſum fuiſſe Eclipticam & latitudinem borealem habuiſſe, adeoque perihelium quod ex alterâ parte Eclipticæ jacebat jam tum præteriſſe, nondum tamen perveniſſe ad meridianum Solis. Inter perihelium itaque & conjunctionem Solis Cometa jam conſiſtens verſabatur ante horas paucas in perihelio. Namque in tantâ Solis viciniâ moveri debuit celerrimè & ſingulis horis gradus fere dimidios apparenter percurrere.

Similibus computis colligo quòd Cometa anni 1618 ingressus erat sphæricum limitem orbis magni *Decem.* 7, ad Solis occasum. Incidit autem ipsius conjunctio cum Sole in *Novemb.* 9 vel 10 circiter; dies intercedunt quasi 28, ut in Cometa superiore: nam & ex caudæ magnitudine quâ par fuit Cometæ superiori, verisimile est ipsum pariter propemodum rasisse Solare corpus. Fulserunt hoc anno Cometæ quatuor, quorum hic fuit ultimus: secundum, qui primo conspectus est in viciniâ Solis orientis *Octob.* 31, & mox sub radiis Solaribus evanuit, suspicor eundem fuisse cum quarto, qui de radiis Solaribus emersit circa *Novemb.* 9. His adde quod Cometa anni 1607 sphæram orbis magni ingressus fuit, *Sept.* 14. *st. vet.* & accessit ad minimam suam a Sole distantiam circa *Octob.* 19; dies intercedunt 35. Distantia illa Perihelii a Sole subtendebat angulum apparentem quasi $23^{gr.}$ ad Terram, adeoque erat partium 390: tot autem partibus in Tab. I. respondent dies 34 circiter. Porrò Cometa anni 1665 in sphæram orbis annui intrabat circa *Mart.* 17, & ad perihelium accedebat circa *Apr.* 16; intercedentibus diebus 30. Distantia inter perihelium & Solem subtendebat angulum quasi $7^{gr.}$ ad Terram, adeoque erat partium quasi 122: & his partibus in Tab. I. respondent dies 30.

Quâ velocitate Cometæ moventur, docetur pluribus exemplis.

Rurſus Cometa anni 1682 intrabat in ſphæram orbis magni circa *Aug.* 11, & in perihelio verſabatur circa *Sept.* 16, a Sole tunc diſtans intervallo partium quaſi 350, quibus in Tab. I. congruunt dies $33\frac{1}{2}$. Quinetiam celebris ille Regiomontani Cometa qui anno 1472 per regionem poli borealis trajiciendo confecit uno die iter graduum quadraginta, limitem orbis magni ingrediebatur *Jan.* 21, quo tempore polum præteribat, & inde properans ad Solem occultabatur ſub radiis Solaribus in ultimis diebus *Februarii.* Unde veriſimile eſt quod dies triginta aut paulò plures conſumpti ſint inter ingreſſum illum & perihelium Cometæ, quodque adeo Cometa iſte reverà non celerior fuerit aliis Cometis, neque aliunde quàm ex tranſitu ſuo per viciniam Terræ tantam aſſecutus ſit celeritatem apparentem.

Proponitur inventio Trajectoriæ Cometarum.

Eſt igitur Cometarum velocitas, quatenus ea per hujuſmodi computationes nimium rudes definiri queat, ea ipſa quâcum Parabolæ vel his affines Ellipſes deſcribi debeant: & propterea ex datâ inter Cometam & Solem diſtantiâ datur quamproximè. Et hinc oritur Problema tale.

PRO-

PROBLEMA.

Datur relatio inter velocitatem Cometæ & distantiam ipsius a centro Solis; requiritur Trajectoria.

SOluto autem hoc Problemate, habebitur tandem methodus determinandi Trajectorias Cometarum quam exactissimè. Nam si relatio illa bis assumatur, & inde trajectoria bis computetur, deinde ex observationibus inveniatur error Trajectoriæ utriusque; potest assumptio per regulam falsæ positionis corrigi, & sic tertia inveniri trajectoria quæ cum observationibus plane congruet. Et hac methodo determinando Cometarum trajectorias sciri tandem potest exactius quasnam regiones hæc corpora percurrunt, quantæ sint eorum velocitates, cujus generis trajectorias describunt, & quænam sint caudarum veræ magnitudines & formæ pro variis capitum distantiis a Sole. Quin etiam sperandum est quod hac methodo sciri tandem possit, utrum Cometæ statis temporibus in orbem redeant, & quibus temporum periodis revolutiones singulorum compleantur. Solvitur autem Problema colligendo primum ex tribus vel pluribus observationibus motum horarium Cometæ ad tempus datum, deinde ex hoc motu Trajectoriam derivando.

Sic pendet inventio Trajectoriæ ab unicâ observatione motuque horario tempore illius observationis, atque adeo seipsam vel probabit vel redarguet: nam conclusio, quæ ex motu horæ unius & alterius & hypothesi falsâ deducitur, nunquam congruet cum motibus Cometarum a principio ad finem. Methodus computationis totius ita se habet.

LEMMA I.

In Problematis solutionem præmittuntur Lemmata.

Datas positione duas rectas OR, TP, *tertiâ* RP *ad rectum angulum* TRP *secare, eâ lege ut si ad datum aliquod punctum* S *ducatur recta* SP, *datum sit contentum Solidum sub ductâ illâ* SP *& quadrato rectæ* OR *terminatæ ad datum punctum* O.

Fig. 9.

Consit graphicè sic. Sit contentum illud datum $M^2 \times N$. Ad rectæ OR punctum quodvis r erige perpendiculum rp occurrens ipsi FP in p. Et per punctum Sp, age Sq æqualem $\frac{M^2 \times N}{OR^2}$ Simili Methodo age tres vel plures rectas $S\,2\,q$, $S\,3\,q$, &c. & per puncta omnia

q,

q, $2q$, $3q$ acta linea regularis q, $2q$, $3q$ secabit rectam TP in puncto P, a quo demittendum est perpendiculum PR. Q. E. F.

Trignometricè sic. Assumatur linea novissimè inventa TP, & inde in triangulis TPR, TPS dabuntur perpendicula TR, SB, & in triangulo SBP latus SP & error $\frac{M^2 \times N}{OR^2} - SP$. Fac ut error iste puta D sit ad errorem novum puta E, ut error $2p2q \pm 3p3q$ ad errorem $2p3p$, vel error $2p2q \pm D$ ad errorem $2pP$; & error ille novus additus vel subductus longitudini TP dabit longitudinem correctam $TP \pm E$. Electio additionis vel subductionis inspectione Schematis dirigitur. Siquando opus fuerit ulteriore correctione, operationem repete.

Arithmeticè sic. Puta factum, sitque lineæ TP graphicè inventæ correcta longitudo $TP + e$: & correctæ longitudines linearum OR, BP & SP erunt $OR - \frac{TR}{TP}e$, $BP + e$ & $\sqrt{SP^2 + 2BPe + ee} = \frac{M^2 \times N}{OR^2 + \frac{2OR \times TR}{TP}e + \frac{TR^2}{TP^2}ee}$. Unde per methodum serierum convergentium fit, $SP + \frac{BP}{SP}e + \frac{SB^2}{2SP^3}ee$ &c. $= \frac{M^2N}{OR^2} + \frac{2TR}{TP} \times \frac{M^2N}{OR^3}e + \frac{3TR^2}{TP^2} \times \frac{M^2N}{OR^4}ee$ &c. Pro datis $\frac{M^2N}{OR^2} - SP$, $\frac{2TR}{TP} \times \frac{M^2N}{OR^3} - \frac{BP}{SP}$, $\frac{3TR^2}{TP^2} \times \frac{M^2N}{OR^4}$

—

$-\frac{SB^2}{2SP}$, scribe F, $\frac{F}{G}$; $\frac{F}{GH}$, & signis probe observatis fiet $F+\frac{F}{G}e+\frac{F}{GH}ee=0$, & $e+\frac{ee}{H}=-G$. Hinc, neglecto termino perexiguo $\frac{ee}{H}$, prodit $e=-G$. Si error $\frac{ee}{H}$ non est contemnendus, pone $-G-\frac{GG}{H}=e$.

Et notâ quod his insinuatur Methodus generalis solvendi difficiliora Problemata tam Trigonometricè quam Arithmeticè absque perplexis illis computis & resolutionibus affectarum æquationum quæ hactenus in usu fuerunt.

LEMMA II.

Datas positione tres rectas quartâ secare, cujus partes interceptæ datam habeant proportionem ad invicem, quæque transeat per punctum quod in unâ earum datur.

Fig. 10.

DEntur positione AB, AC, BC, & in AC detur punctum D. Ipsi AB agatur parallela DG occurrens BC in G; capiatur GF ad BG in datâ illâ ratione, & agatur FDE: Erit FD ad DE ut FG ad BG. Q. E. F.

Trigonometricè ſic. In triangulo *CGD* dantur anguli & latus *CD*, & inde latera reliqua, & ex datis rationibus dantur lineæ *GF* & *BE*.

LEMMA III.

Ad datum tempus invenire & graphicè exponere motum horarium Cometæ.

EX obſervationibus probæ fidei dentur tres Longitudines Cometæ. Sunto harum differentiæ *ATR*, *RTB*, & requiratur motus horarius ad tempus obſervationis longitudinis intermediæ *TR*. Ducatur (per Lemma ii.) recta *ARB*, cujus partes interceptæ *AR*, *RB* ſint ut tempora inter obſervationes. Et ſi corpus tempore toto totam percurrat lineam *AB* uniformiter, & interea ſpectetur de loco *T*, is erit motus ejus apparens circa punctum *R* qui fuit Cometæ tempore obſervationis *TR* quamproximè. Fig. 11.

Idem accuratius.

DEntur longitudines hinc inde magis diſtantes *Ta*, *Tb*, & (per Lemma ii.) ducatur *aRb*, cujus partes *aR*, *Rb* ſint ut tempora inter obſervationes *aTR*, *RTb*. Secet hæc lineas

TA

TA, *TB*, in *D* & *E*; & quoniam error inclinationis *TRa* crescit quasi in duplicatâ ratione temporis inter observationes, age *FRG*, eâ lege ut vel angulus *DRF* ad angulum *ARF*, vel linea *DF* ad lineam *AF* sit in duplicatâ ratione temporis totius inter observationes *aTb* ad tempus totum inter observationes *ATB*, atque loco lineæ *AB* superius inventæ usurpetur linea jam inventa *FG*.

Convenit angulos *ATR*, *RTB*, *aTA*, *BTb* haud minores adhiberi quam decem vel quindecim graduum, ac tempora ipsis respondentia haud majora quam dierum octo vel duodecim, atque longitudines capi ubi Cometa celerrimè movetur. Hoc enim pacto errores observationum minorem habebunt rationem ad differentias longitudinum.

LEMMA IV.

Ad data tempora invenire longitudines Cometæ.

FIT capiendo in linea *FG* distantias *Rr*, *Rϱ* temporibus proportionales, & ducendo lineas *Tr*, *Tϱ*. Operatio trigonometrica palam est.

LEM-

LEMMA V.

Invenire latitudines.

AD radios *TF*, *TR*, *TG* erigantur normaliter tangentes observatarum latitudinum *Ff*, *RP*, *Gg*. Ipsi *fg* parallela ducatur *PH*. Huic occurrentia perpendicula *rp*, *ϱπ*, tangentes erunt latitudinum quæsitarum ad radios *Tr*, *Tϱ*.

PROBLEMA I.

Ex assumpta ratione velocitatis determinare Trajectoriam Cometæ.

DEsignent *S* Solem; *t*, *T*, *τ* loca tria æquidistantia Telluris in ipsius Orbitâ; *p*, *P*, *π* loca totidem respondentia Cometæ in ipsius Trajectoria, interpositis inter singula intervallis horæ unius; *pr*, *PR*, *πϱ*, perpendicula demissa ad planum Eclipticæ, & *rRϱ* vestigium Trajectoriæ in hoc plano. Jungantur *Sp*, *SP*, *Sπ*, *SR*, *ST*, *tr*, *TR*, *τϱ*, *TP*, & coeant *tr*, *τϱ* in *O*: Converget *TR* ad idem *O* quamproximè, error saltem contemnendus erit. Per Lem-

Solvitur Problema.

Fig. 12.

mata præcedentia dantur anguli *rOR*, *ROϱ* & proportiones *pr* ad *tr*, *PR* ad *TR*, *πϱ* ad *7ϱ*. Datur etiam figura *tT7O* magnitudine & positione, una cum distantiâ *TS* & angulis *STR*, *PTR*, *STP*. Assumamus velocitatem Cometæ in loco *P* esse ad velocitatem Planetæ gyrantis in circulo ad eandem a Sole distantiam *SP*, ut *v* ad 1, & determinanda erit linea *pPπ* hac lege, ut sit spatium a Cometâ duabus horis descriptum *pπ*, ad spatium *v* x *t7*, hoc est ad spatium quod Tellus eodem tempore describit multiplicatum per numerum *v*, in dimidiatâ ratione distantiæ Telluris a Sole *ST* ad distantiam Cometæ a Sole *SP*; utque sit spatium *pP* horâ primâ a Cometa descriptum ad spatium *Pπ* horâ secundâ a Cometâ descriptum, ut velocitas in *p* ad velocitatem in *P*; hoc est in dimidiatâ ratione distantiæ *SP* ad distantiam *Sp*, sive in ratione 2 *SP* ad *SP* + *Sp*. Minutias enim toto hoc opere negligo, quæ errorem sensibilem creare nequeunt.

Imprimis igitur ut in resolutione æquationum affectarum Mathematici primâ vice radicem conjecturâ colligunt, sic in hoc opere analytico conjecturam faciendo assequor ut possim distantiam quæsitam *TR*, & (per Lemma ii) duco *rϱ*, primùm ita ut *rR* & *Rϱ* æquentur, deinde (ubi proportio *SP* ad *Sp* hinc innotuerit)

rit)

rit) ita ut sit rR ad $R\varrho$, uti $2SP$ ad $Sp + SP$, & invenio rationes linearum $p\pi$, $r\varrho$, & OR ad invicem. Ponatur esse M ad $\overline{v \times t}|$ ut OR ad $p\pi$, & ob proportionalia $p\pi^2 : \overline{v \times t}|^2 :: ST : SP$, erit ex æquo $OR^2 : M^2 :: ST : SP$ adeoque contentum Solidum $OR^2 \times SP$ æquale dato $M^2 \times ST$. Unde, si triangula STP, PTR, jam locentur in eodem plano, dabuntur TR, TP, SP, PR (per Lemma i.) Hæc omnia perago primum graphicè opere celeri & rudi, dein graphicè majori cum diligentiâ, ultimò per computationem numeralem. Tum denuò situm linearum $r\varrho$, $p\pi$, determino accuratissimè una cum nodis & inclinatione plani $Sp\pi$ ad planum Eclipticum, nque plano illo $Sp\pi$, (per Prop. xvi. Libri 1. Princip. Math.) describo Trajectoriam in qua corpus movebitur emissum de dato loco P secundum datam rectam $p\pi$, eâ cum velocitate quæ sit ad velocitatem Telluris ut $p\pi$ ad $\overline{v \times t}|$. *Q.E.F.*

PROBLEMA II.

Assumptam velocitatis rationem & inventam Trajectoriam corrigere.

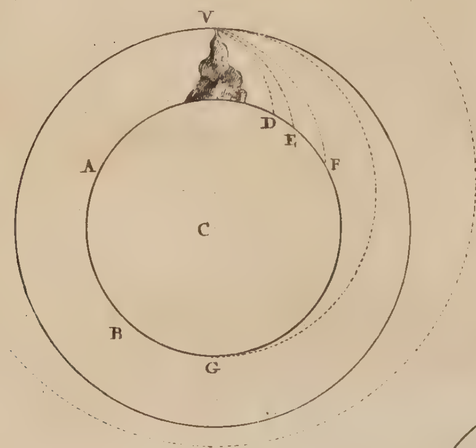
ADhibeatur observatio Cometæ sub finem motus, aliave aliqua quam longissimè distans

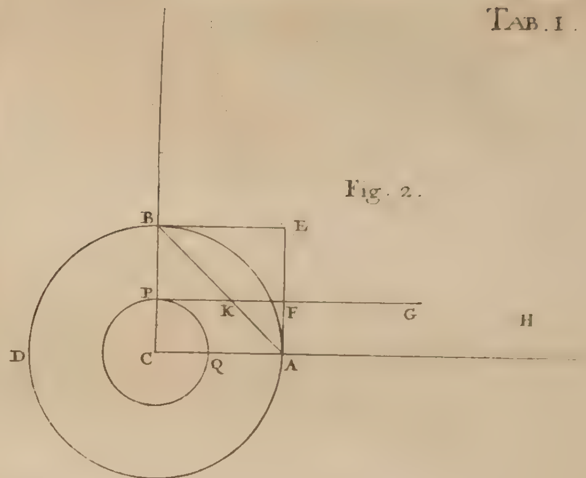
ſtans ab obſervationibus prius adhibitis, & radii qui in illâ obſervatione ad Cometam ducitur, planique $Sp\pi$ quæratur interſectio, ut & locus Cometæ in trajectoriâ ad tempus illius obſervationis. Si interſectio iſta incidit in hunc locum, argumento eſt Trajectoriam rectè inventam eſſe. Sin minus, ſumendus erit novus numerus v & trajectoria nova invenienda, dein locus Cometæ in hac Trajectoriâ tempore obſervationis illius probatoriæ, & interſectio radii cum plano Trajectoriæ determinandi ut prius. Et ex variatione erroris collatâ cum variatione aliarum quantitatum colligetur per regulam auream quantæ debeant eſſe variationes ſeu correctiones illarum aliarum quantitatum, ut error evadat quam minimus. Quibus adhibitis correctionibus habebitur Trajectoria exactè ſatis, poſito quòd computatio innixa fuit obſervationibus exactis, quòdque non multum erratum fuit in aſſumptione quantitatis v. Nam ſi multum erratum fuit, iterandum eſt opus eouſque dum Trajectoria inveniatur exactè ſatis. *Q. E. F.*

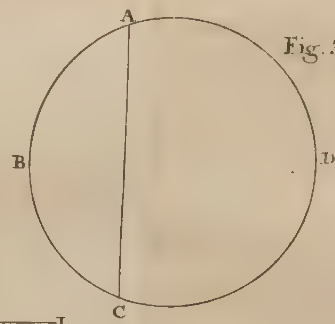
F I N I S.

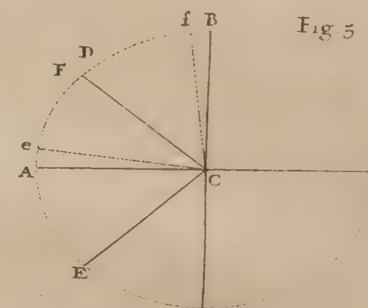
Pag. 89. In margine inſcribatur (Fig. 8.)

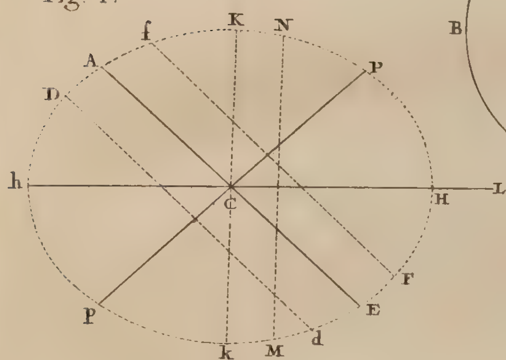
Tab. I.

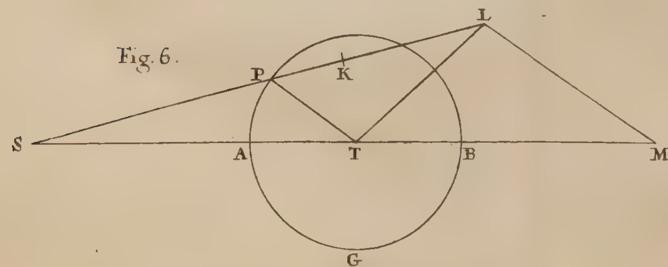

Fig. 1.
V
D
E
F
A
C
B
G

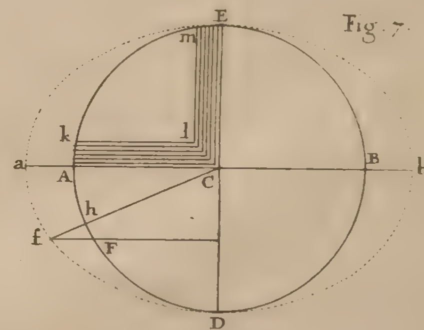

Fig. 2.
B
E
P
K
F
G
H
D
C
Q
A

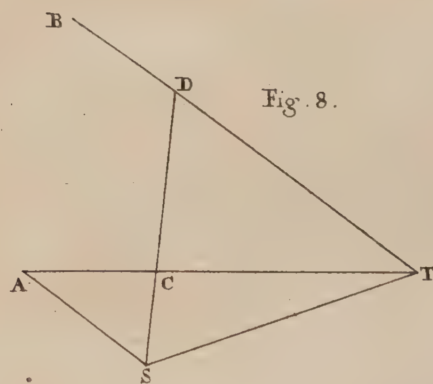

Fig. 3.
A
B
D
C

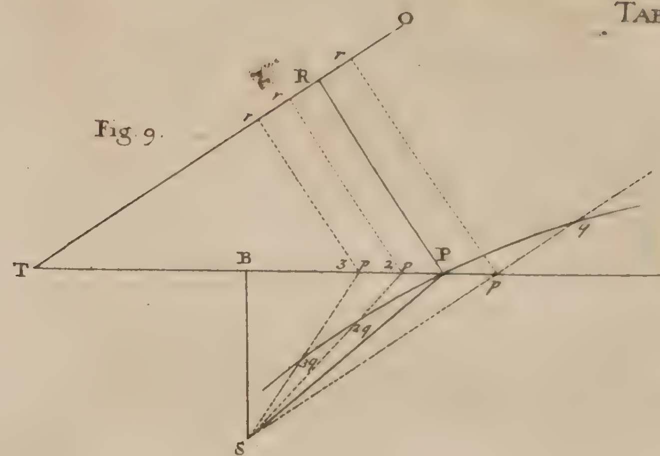

Fig. 5
f
B
D
F
e
A
C
E

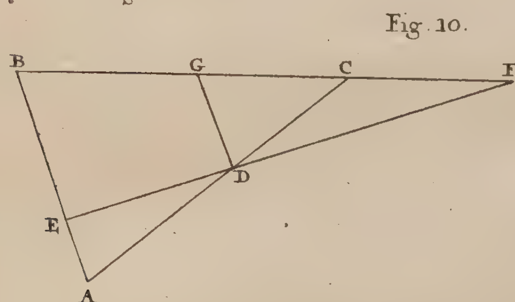

Fig. 4.
f
K
N
A
P
D
h
C
H
L
F
E
P
k
M
d

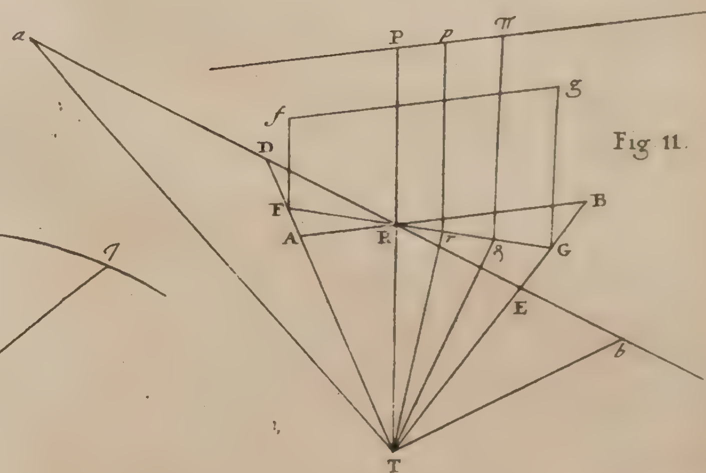

Fig. 6.
L
P
K
S
A
T
B
M
G


Fig. 7.
E
m
k
l
a
A
C
B
b
h
f
F
D









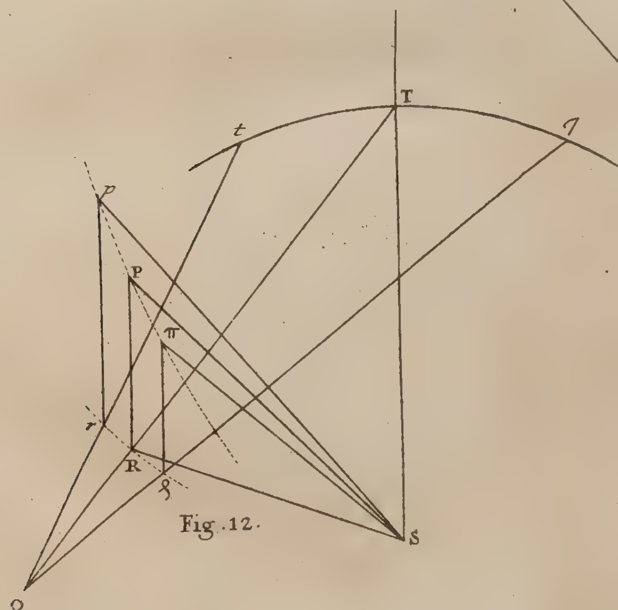


Fig. 12.

Errat. p. 100. l. 21.
Pro: F P in *p*. Et per punctum S*p*.
Lege: T P in *p*. Et per puncta S. *p*.

pag. 108.